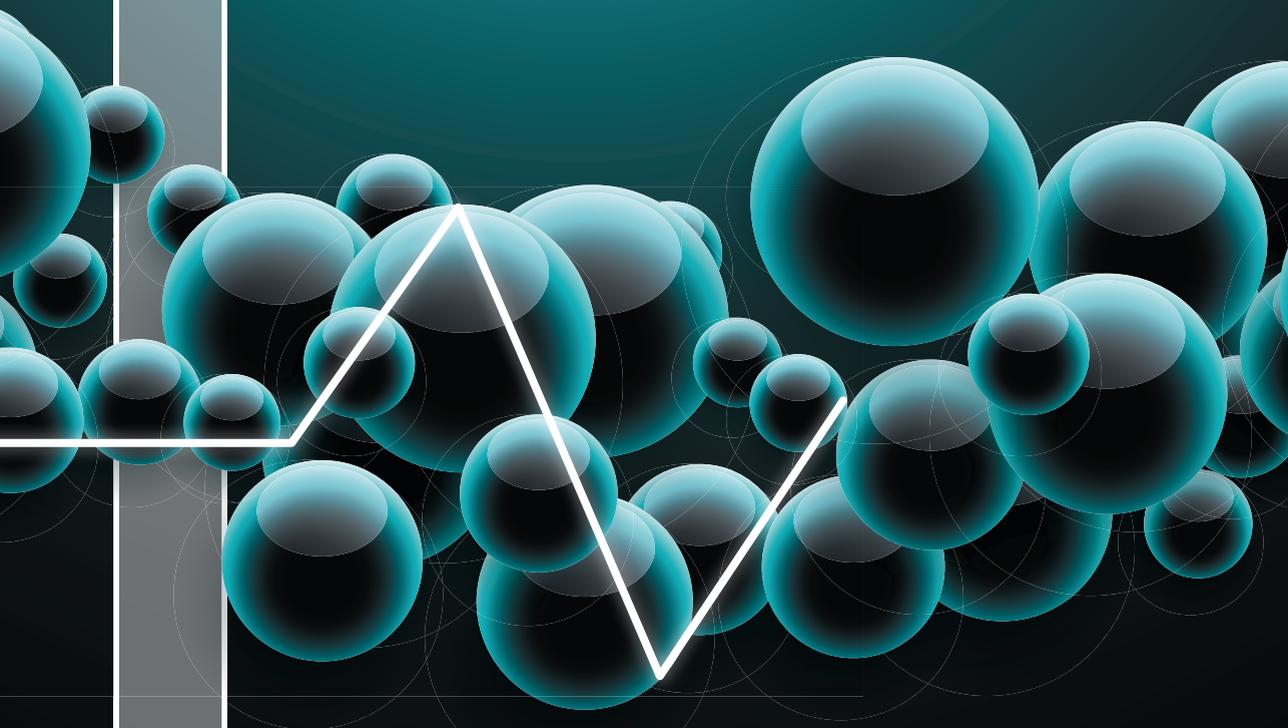


M A R C O G L E I S S



DYNAMISCHE SIMULATION DER MECHANISCHEN
FLÜSSIGKEITSABTRENNUNG IN VOLLMANTELZENTRIFUGEN

Marco Gleiß

Dynamische Simulation der Mechanischen
Flüssigkeitsabtrennung in Vollmantelzentrifugen

Dynamische Simulation der Mechanischen Flüssigkeitsabtrennung in Vollmantelzentrifugen

von
Marco Gleiß

Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie
KIT-Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik

Tag der mündlichen Prüfung: 16. Juli 2018

Referenten: Prof. Dr.-Ing. Hermann Nirschl, Prof. Dr.-Ing. Stefan Heinrich

Impressum



Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
KIT Scientific Publishing
Straße am Forum 2
D-76131 Karlsruhe

KIT Scientific Publishing is a registered trademark
of Karlsruhe Institute of Technology.
Reprint using the book cover is not allowed.

www.ksp.kit.edu



*This document – excluding the cover, pictures and graphs – is licensed
under a Creative Commons Attribution-Share Alike 4.0 International License
(CC BY-SA 4.0): <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en>*



*The cover page is licensed under a Creative Commons
Attribution-No Derivatives 4.0 International License (CC BY-ND 4.0):
<https://creativecommons.org/licenses/by-nd/4.0/deed.en>*

Print on Demand 2018 – Gedruckt auf FSC-zertifiziertem Papier

ISBN 978-3-7315-0849-6

DOI 10.5445/KSP/1000086086

Dynamische Simulation der Mechanischen Flüssigkeitsabtrennung in Vollmantelzentrifugen

zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER INGENIEURWISSENSCHAFTEN (Dr.-Ing.)

der Fakultät für Chemieingenieurwesen und Verfahrenstechnik des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

genehmigte
DISSERTATION

von
Dipl.-Ing. Marco Gleiß
aus Achern

Referent: Prof. Dr.-Ing. Hermann Nirschl
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. Stefan Heinrich
Tag der mündlichen Prüfung: 16. Juli 2018

Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand in den Jahren 2012 bis 2018 während meiner Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanische Verfahrenstechnik und Mechanik (MVM) des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT). Nachfolgend möchte ich den Menschen danken, die zum Gelingen dieser Arbeit beitrugen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Hermann Nirschl. Ich möchte mich für das entgegengebrachte Vertrauen bei der Einstellung als Wissenschaftlicher Mitarbeiter sowie die hilfreichen Anregungen und die Unterstützung auch in schwierigen Zeiten bedanken.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Stefan Heinrich danke ich für die freundliche Übernahme des Korreferats. Insbesondere gilt mein Dank für die Unterstützung als Projektkoordinator während der gemeinsamen Zeit im Schwerpunktprogramm SPP 1679 der Deutschen Forschungsgemeinschaft und das entgegengebrachte Interesse für diese Arbeit.

Des Weiteren möchte ich der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Förderung im Rahmen des SPP 1679 „Dynamische Simulation vernetzter Feststoffprozesse DynSim-FP“ danken. Herrn Dr.-Ing. Harald Anlauf danke ich für sein stets offenes Ohr, die Diskussionen und die hilfreichen Ratschläge. Die experimentelle Validierung geht einher mit der Durchführung von Versuchen. An dieser Stelle möchte ich mich bei Hans Guigas, Andreas Lumppp und Thomas Reutter für ihre Unterstützung bei der Umsetzung von experimentellen Fragestellungen herzlich bedanken. Der Abteilung der Partikelmesstechnik um Astrid Huber, Regina Mall und Klaus Hirsch gilt mein Dank bei der Beantwortung offener Fragen rund um die Partikelgrößenbestimmung. Aber auch der Mechanischen Werkstatt um Olaf Jörg und Andreas Baum möchte ich für die Unterstützung bei der Fertigung von Bauteilen und der Hilfestellung rund um die IT danken.

Ferner hatte ich das Glück, eine Vielzahl von motivierten Studenten bei ihrer Bachelor-Master- oder Diplomarbeit betreuen zu dürfen. Aus den gemeinsamen Gesprächen entstanden viele neue Ideen. Mein Dank gilt hier Nikolas Beck, Michael Betz, Tobias Dannenmaier, Elias Dillner, Tobias Grosse, Denise Hollis, Simon Kohlmann, Jochen Maslowski, Katharina Müller und Carolin Schober.

Weiterhin danke ich allen ehemaligen und aktuellen Kollegen für die angenehme Arbeitsatmosphäre. Während meiner Zeit am Institut sind eine Vielzahl von Freundschaften entstanden. Insbesondere möchte ich mich an dieser Stelle bei Jörg Baumgartner, Simon Hammerich, Michael Kespe, Steffen Schmelzle, Fabian Bülow und Harald Wiegand für die anregenden aber auch stets witzigen und unterhaltsamen Diskussionen im Bürgerbüro bedanken. Michael Kespe, Simon Hammerich und Jörg Baumgartner gilt mein besonderer Dank für die fachlichen Diskussionen sowie Korrekturen der schriftlichen Fassung.

Meinen Eltern danke ich für das entgegengebrachte Vertrauen bei der Wahl des Studiums sowie für Ihre finanzielle Unterstützung. Weiterhin möchte ich mich dafür bedanken, dass sie mir den Freiraum gelassen haben, um meinen eigenen Weg zu gehen.

Zu guter Letzt gilt meiner Frau Kathrin und unserer Tochter Greta ein herzlicher Dank. Beide mussten bis zur Fertigstellung dieser Arbeit größtenteils auf mich verzichten. Bei dir Kathrin möchte ich mich besonders für dein entgegengebrachtes Verständnis und die Rücksichtnahme auch in schwierigen Zeiten bedanken. Durch deinen Zuspruch hast du mir stets das Gefühl gegeben, dass ich die gesteckten Ziele auch erreichen kann.

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der mathematischen Modellierung und dynamischen Simulation von Becher-, Röhren- und Dekantierzentrifugen. Dynamische Simulationen sind ein weitverbreitetes Werkzeug in der Prozessindustrie. Einen Schwerpunkt bildet die Prozessoptimierung, die modellgestützte Regelung oder die energieeffiziente Auslegung neuer verfahrenstechnischer Anlagen zur Senkung der meist hohen Investitions- und Betriebskosten. Der Auslegung von Prozesszentrifugen in der mechanischen Flüssigkeitsabtrennung liegen ausschließlich stationäre Modelle zugrunde, welche sich nicht für die Beschreibung dynamischer Vorgänge eignen. Becherzentrifugen sind diskontinuierlich arbeitende Zentrifugen und kommen zur Separation von geringen Produktmengen oder zur Analyse des Sedimentationsverhaltens partikulärer Systeme zum Einsatz. Hingegen sind Röhren- und Dekantierzentrifugen halbkontinuierlich und kontinuierlich arbeitende Apparate und werden zur mechanischen Flüssigkeitsabtrennung im industriellen Maßstab angewendet. Alle beschriebenen Zentrifugentypen haben dabei gemeinsam, dass sie nach dem Trennprinzip der Dichtentrennung arbeiten.

Das Trennergebnis aller Vollmantelzentrifugen wird im Wesentlichen von den Eigenschaften der dispersen Phase beeinflusst. Aus diesem Grund wird die Sedimentation und der Sedimentaufbau unterschiedlicher Produkte an Labor-Apparaten experimentell untersucht und Materialfunktionen daraus abgeleitet. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass der Einfluss der Feststoffkonzentration und der Partikelgrößenverteilung auf das Separationsverhalten nicht vernachlässigbar ist und für eine praxisnahe Modellierung berücksichtigt werden muss. Das gleiche Verhalten ist für die Bildung kompressibler Haufwerke festzustellen. Hier steigt die Kompressibilität des gebildeten Sediments mit der Verringerung der Partikelgröße. Um außerdem den Einfluss der Prozessbedingungen, Feststoffkonzentration und Geometrie auf die diskontinuierliche Zentrifugation vorhersagen zu können, wird ein mathematisches Modell zur dynamischen Simulation des Batch-Prozesses in Echtzeit entwickelt und ausgehend von Literaturdaten validiert.

Die experimentelle Verweilzeitmessung, die experimentelle Analyse des Systemverhaltens durch sprunghafte Änderung verschiedener Einflussgrößen und die numerische Simulation dienen der Ermittlung des Verweilzeitverhaltens und des Strömungszustands einer Labor-Dekantierzentrifuge. Die experimentellen Ergebnisse der Verweilzeitmessung weisen darauf hin, dass die axiale Dispersion für unterschiedliche Parametervariationen

während des Flüssigkeitsbetriebs einen konstanten Wert einnimmt. Für die Verweilzeit hingegen führt die Reduktion der Wehrhöhe und die Erhöhung des Volumenstroms zu einer Verschiebung der Verweilzeitverteilung hin zu kleineren Werten. Die Ermittlung des Systemverhaltens ermöglicht die Ableitung dynamischer Zustände im Suspensionsbetrieb für Dekantierzentrifugen. Die Normierung des Antwortverhaltens der Feststoffkonzentration zwischen Ausgangs- und Endzustand erlaubt den Vergleich unterschiedlicher Parameter. Aus den experimentellen Daten ergeben sich zwei Masterkurven für die sprunghafte Änderung der Prozessbedingungen und der Materialeigenschaften am Zulauf. Als dritte Methode dient die numerische Strömungssimulation zur Analyse des Strömungsfelds und des Verweilzeitverhaltens. Die orts aufgelöste Simulation erfasst die einzelnen Geschwindigkeitskomponenten und erlaubt die Ermittlung von Rückströmbereichen im Inneren der Dekantierzentrifuge. Der abschließende Vergleich der drei Methoden weist auf einen Zusammenhang zwischen der Verweilzeitverteilung und dem Systemverhalten hin und zeigt eine gute Übereinstimmung.

Die in der Literatur bekannten Modelle zur Auslegung von Dekantierzentrifugen beschreiben den Trennvorgang für den stationären Zustand. Diese Einschränkung führt zur Notwendigkeit, einen neuartigen numerischen Algorithmus zur dynamischen Simulation des Separationsvorgangs in Dekantierzentrifugen zu entwickeln. Das mathematische Modell verknüpft die trenntechnischen Materialfunktionen mit dem Verweilzeitverhalten des Apparates. Die interne Verschaltung, unter Berücksichtigung lokal verteilter Materialfunktionen erlaubt die dynamische Simulation sowohl für den Separationsvorgang als auch die Haufwerksbildung in Dekantierzentrifugen. Als Eingabeparameter der Simulationen dienen die an Laborapparaten experimentell abgeleiteten Materialfunktionen. Die Analyse der dynamischen Vorgänge mit dem entwickelten Ansatz und der Vergleich mit Experimenten zeigt, dass die abgeleiteten Zusammenhänge mit einer guten Übereinstimmung abgebildet werden.

Die Überprüfung der Übertragbarkeit des numerischen Modells auch auf andere Zentrifugentypen erfolgt ausgehend von der mathematischen Modellierung einer Röhrenzentrifuge. Hier handelt es sich um einen halbkontinuierlich arbeitenden Apparat, für welchen sich infolge der Akkumulation des Feststoffs an der Innenwand des Rotors sowohl die Strömungsbedingungen als auch die Partikelgrößenverteilung sowie die Feststoffkonzentration am Überlauf über die gesamte Prozesszeit ändern. Die Simulationsergebnisse für die betrachtete Röhrenzentrifuge weisen infolge des halbkontinuierlichen Prozesses ein von Dekantierzentrifugen abweichendes zeitliches Verhalten für den Separationsvorgang auf. Bei der Validierung des mathematischen Modells ausgehend von Literaturdaten zeigt sich eine gute Vergleichbarkeit und eine Übertragbarkeit ist gegeben.

Abstract

The present work deals with the mathematical modeling and dynamic simulation of beaker, tubular and decanter centrifuges. Dynamic process simulations are widely used in the process industry. Main focus is the process optimization, model-based control or the energy-efficient design of new process plants to reduce the usually high investment and operating costs. The design and scale-up of centrifuges is based on steady-state correlations and is therefore not suitable to investigate the dynamic process behavior. Depending on the separation process, a distinction is made between batch, semi-batch and continuous centrifuges. Batch centrifuges work discontinuously and are suitable for the separation of small quantities of solids or to analyse the settling and compression behavior of a suspension. In comparison to that, tubular and decanter centrifuges are semi-batch and continuous processes and are applied to different industrial processes. However, all designs have in common that they are sedimenting centrifuges. In this case solid and liquid have a different density and an externally applied centrifugal force leads to the separation of both phases.

The separation behavior of almost all solid bowl centrifuges is essentially influenced by the properties of the dispersed phase. For this reason, the sedimentation and sediment build-up of different products are investigated by means of laboratory equipment to derive material functions for the processed materials. This study shows an experimental investigation for products which differ in particle size. As a result of the experimental work, the sedimentation behavior and the compressive yields stress are influenced by particle size, solids volume fraction and the centrifugal acceleration. In order to be able to predict different states of batch centrifugation processes, a mathematical model for the dynamic simulation in real time is developed and validated by means of data from literature.

Experimental residence time measurements, the analysis of the system behavior by a sudden change of material properties or process conditions and the numerical simulation by using the computational fluid dynamics serve to determine the residence time behavior and the flow conditions of a laboratory decanter centrifuge. First of all a tracer experiment was used to identify the residence time distribution for a machine filled with liquid. The experimental results show a constant axial dispersion for a wide range of investigated parameters. Rather, it should be noted that the reduction in weir height or the increase of volumetric flow shifts the residence time distribution towards smaller values. The investigation of the stepwise

change of process conditions or material behavior at the inlet leads to a change of solids volume fraction at the overflow of the decanter centrifuge. The normalization of the response behavior between the initial and final state leads to a better comparison of different parameter settings. The dynamic behavior of the lab-scale decanter centrifuge can be described by two master curves for the change of process conditions or material properties at the inlet. As a third method, the computational fluid dynamics allows to analyze the flow field and the residence time distribution of a decanter centrifuge. This enables the numerical investigation of different parameter settings. The final comparison of the three investigated methods indicates a relationship between residence time distribution and the dynamic change of process conditions and material properties at the inlet.

Currently used approaches from literature for designing decanter centrifuges assume steady-state for the separation process. Consequently, the limitation to the steady-state leads to the demand of developing novel numerical algorithms to simulate the dynamic behavior of decanter centrifuges. It can be shown that a combination of the separation properties with the residence time distribution allow for a dynamic simulation of the separation process in continuous centrifuges. The presented mathematical approach combines the separation behavior of the suspension with the machine function of the centrifuge. However, sediment build-up also influences the separation process. The sudden change of separation properties at the gel point is used to define two zones. The sedimentation zone includes the behavior of the separation process and the sediment zone calculates the sediment build-up and solids transport by the screw conveyor. A comparison of simulation results and experiments is applied to validate the developed numerical approach.

In a further step, to test the broad applicability, the mathematical model is transferred to tubular centrifuges. The operation of tubular centrifuges is semi-continuous. This sets a different temporal behavior for the separation process. The simulation of the separation process in tubular centrifuges requires adjustments for the used grade efficiency curve and also for the geometric dimensions of the apparatus. It turns out that the dynamic model is also a good choice to simulate the dynamic behavior of tubular centrifuges with good accuracy. The validation shows a good agreement between simulation and experiment. This leads to the conclusion that a transferability of the mathematical approach to other centrifuge types is also possible.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Zielsetzungen	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Zielsetzungen	3
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Aufbau und Funktionsweise von Dekantierzentrifugen	5
2.2	Sedimentation dispergierter Feststoffe in Flüssigkeiten	6
2.2.1	Sedimentation von Partikeln in verdünnten Suspensionen	7
2.2.2	Sedimentationsverhalten von Partikeln in konzentrierten Suspensionen	8
2.3	Strömungsvorgänge in Vollmantelzentrifugen	11
2.4	Auslegung und Scale-up von Vollmantelzentrifugen	13
2.4.1	Sigma-Theorie	13
2.4.2	g-Volumen	15
2.4.3	Leung-Zahl	15
2.5	Haufwerksbildung im Zentrifugalfeld	16
2.5.1	Modellierung inkompressibler Haufwerke	18
2.5.2	Modellierung kompressibler Haufwerke	19
2.6	Feststofftransport in Dekantierzentrifugen	21
2.6.1	Transport körniger Feststoffe	21
2.6.2	Transport pastöser Feststoffe	23
2.7	Bewertung der Trennaufgabe in Vollmantelzentrifugen	25
3	Material und Methoden	27
3.1	Labor-Apparate	27
3.1.1	Scheibenzentrifuge	27
3.1.2	Analysezentrifuge LUMiSizer	28
3.1.3	Hermle Kühlzentrifuge	30
3.2	Dekantierzentrifugen	31
3.3	Partikelsysteme	32
3.3.1	Kalkstein	32
3.3.2	Polyvinylchlorid	33

4	Charakterisierung der trenntechnischen Materialeigenschaften	35
4.1	Stand der Technik	35
4.2	Sedimentationsverhalten feindisperser Suspensionen	37
4.3	Kompressionsverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke	41
4.3.1	Gelpunkt	41
4.3.2	Kompressionswiderstand	43
4.4	Modellierung der diskontinuierlichen Zentrifugation	46
4.4.1	Sedimentationsverhalten	48
4.4.2	Sedimentaufbau im Zentrifugalfeld	49
4.5	Simulation der diskontinuierlichen Zentrifugation	54
5	Verweilzeit- und Systemverhalten einer Labor-Dekantierzentrifuge	57
5.1	Stand der Technik	57
5.2	Methoden der Verweilzeitmessung	59
5.3	Experimentelle Verweilzeitmessung	60
5.3.1	Verweilzeitverhalten in verfahrenstechnischen Apparaten	60
5.3.2	Experimentelle Verweilzeitmessung für Dekantierzentrifuge im Labormaßstab	61
5.3.3	Axiale Dispersion und Bodenstein-Zahl	66
5.4	Charakterisierung des Systemverhaltens	68
5.4.1	Antwortverhalten auf die Änderung von Prozessbedingungen	71
5.4.2	Antwortverhalten auf die Änderung der Materialeigenschaften	74
6	Untersuchung der Strömungsbedingungen	81
6.1	Stand der Technik	81
6.2	Grundlagen der numerischen Strömungssimulation	82
6.2.1	Turbulenzmodellierung	83
6.2.2	Modellierung des skalaren Transports eines Spurstoffs	86
6.2.3	Geometrie und Gitter	87
6.2.4	Lösungsschema	88
6.3	CFD-Simulationen einer Labor-Dekantierzentrifuge	89
6.4	Numerische Simulation des Verweilzeitverhaltens von Dekantierzentrifugen	97
6.5	Vergleich der unterschiedlichen Methoden der Verweilzeitmessung	102
6.6	Schlussfolgerungen	103
7	Dynamische Modellierung von Dekantierzentrifugen	105
7.1	Stand der Technik	105
7.2	Bilanzraum-Ansatz zur Simulation von Dekantierzentrifugen	107

7.3	Mathematische Modellierung	109
7.3.1	Sedimentationszone	110
7.3.2	Sedimentzone	113
7.3.3	Kopplung der Sedimentations- und Sedimentzone	115
7.4	Dynamische Simulation der Abscheidung und des Sedimentaufbaus	118
7.4.1	Einfluss der Bilanzraum-Anzahl	118
7.4.2	Einfluss der Transporteffizienz	121
7.5	Dynamische Simulation einer Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab	122
7.5.1	Kalibrierung des dynamischen Modells	123
7.5.2	Simulation des Klassiervorgangs	126
7.5.3	Simulation der mechanischen Entfeuchtung	129
7.6	Schlussfolgerungen	131
8	Übertragung des Bilanzraum-Ansatzes auf Röhrenzentrifugen	133
8.1	Bilanzraum-Ansatz zur Berechnung von Röhrenzentrifugen	133
8.2	Mathematische Modellierung	135
8.2.1	Sedimentationszone	135
8.2.2	Sedimentzone	137
8.2.3	Kopplung von Sedimentations- und Sedimentzone	138
8.3	Geometrie und Modellprodukt	139
8.4	Dynamische Simulation der Abscheidung in Röhrenzentrifugen	140
8.4.1	Zeitlicher Verlauf des Trenngrads	143
8.5	Dynamische Simulation des Sedimentaufbaus	147
8.6	Schlussfolgerungen	150
9	Zusammenfassung und Ausblick	151
	Symbolverzeichnis	157
	Abkürzungsverzeichnis	163
	Literaturverzeichnis	165

1 Einleitung und Zielsetzungen

1.1 Einleitung

Obwohl annähernd 60 % der Prozesse in der chemischen Industrie in partikulärer Form vorliegen, sind nur eine geringe Anzahl an Modellen für die dynamische Simulation von Feststoffprozessen vorhanden [1]. Die steigende Rechenleistung führt jedoch dazu, dass die in der Fluidverfahrenstechnik etablierten Methoden der dynamischen Simulation auch auf partikuläre Systeme übertragen werden. Dabei kommen solche Modelle vermehrt zur Abschätzung der Investitionskosten und dem Energiebedarf zum Einsatz. Aber auch die numerische Optimierung oder die modellbasierte Regelung partikulärer Prozesse stehen im Fokus der Anwendung. Dabei haben alle Bereiche das Ziel, die Kosten möglichst gering zu halten und den betrachteten Prozess hinsichtlich des Energieverbrauchs und der Produktgüte zu optimieren.

Die Fest-Flüssig Trennung ist eine verfahrenstechnische Grundoperation zur Separation von Partikeln aus Flüssigkeiten. Dabei kommt eine Vielzahl von Maschinen für eine breite Vielfalt von Anwendungen wie das Klären, Klassieren, das Eindicken, die Flotation, das Sortieren oder die mechanische Entfeuchtung, zum Einsatz. Da kolloidale und mikrone Partikel aufgrund ihrer Größe nicht oder nur sehr langsam im Erdschwerefeld sedimentieren, werden solche Produkte meist mit Zentrifugen abgetrennt. Aufgrund der Einstellmöglichkeiten, der Stabilität des Prozesses gegenüber Produktschwankungen und dem kontinuierlichen Betrieb sind Dekantierzentrifugen häufig die bevorzugte Wahl. Hauptkomponenten der Maschine sind die zylindrisch-konische Trommel und ein Schneckenkörper, der mit einer geringen Differenzdrehzahl den gebildeten Kuchen aus der Zentrifuge fördert. Anwendungsbereiche liegen in der chemischen und pharmazeutischen Industrie, der Aufbereitungstechnik, Biotechnologie und Lebensmittelindustrie sowie der Abwasseraufbereitung.

Bei der Auslegung des Trennvorgangs sind die Eigenschaften der dispersen Phase wie das Sedimentationsverhalten, der Sedimentaufbau oder der Feststofftransport nicht berücksichtigt. Vielmehr wird die Dekantierzentrifuge als „Black-Box“ angesehen und mit einfachen analytischen Ansätzen die Trennleistung des Apparates vorhergesagt. Diese Methodik ist nicht zielführend und der Vergleich von Berechnung und Experiment weist in den meisten Fällen erhebliche Abweichungen auf.

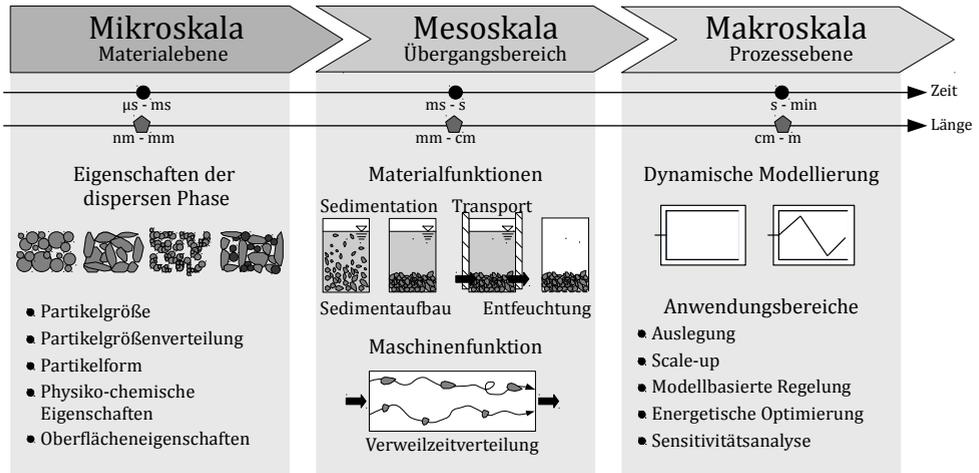


Abbildung 1.1: Skalenerübergreifende Betrachtung der Fest-Flüssig Trennung in Vollmantelzentrifugen.

Dies geht sogar so weit, dass für die Auslegung von Zentrifugen Versuche im Pilotmaßstab für das jeweilige Produkt herangezogen werden. Die Kombination aus diesen Pilot-Versuchen und der jahrzehntelangen Erfahrung der Hersteller erlaubt eine meist verlässliche Vorhersage der Durchführbarkeit der Trennaufgabe mit der ausgewählten Maschine. Die aufwendigen Versuchsreihen sind ein zeit- und kostenintensiver Faktor bei der Planung und Durchführung des jeweiligen Projektes.

In diesem Zusammenhang verdeutlicht Abbildung 1.1 die unterschiedlichen Skalen des Prozesses zur Beschreibung der mechanischen Flüssigkeitsabtrennung in Vollmantelzentrifugen. Ein wesentlicher Grund für die Abweichung zwischen Modellrechnungen und Experimenten sind die vielen Einflussgrößen bei der Beschreibung des meist polydispers verteilten Partikelsystems. So beeinflussen die Partikelgröße, Partikelform oder auch Oberflächeneigenschaften erkennbar die trenntechnischen Materialfunktionen. Die Strömungsbedingungen wiederum beeinflussen die Verweilzeit der dispersen Phase im Apparat und somit die Güte der Abscheidung. Aufgrund des Sedimentaufbaus in der Zentrifuge kommt es zu einer Reduktion des freien Strömungsquerschnitts und zu einer Änderung des Strömungszustands. Die mathematischen Ansätze zur Auslegung von Vollmantelzentrifugen wie die Sigma-Theorie, das g-Volumen oder die Leung-Zahl betrachten den stationären Zustand. Diese Einschränkung führt dazu, dass neue numerische Algorithmen, die den Strömungszustand und die trenntechnischen Materialfunktionen orts- und zeitaufgelöst darstellen entwickelt werden müssen. Aus den beschriebenen Anforderungen ergeben sich die folgenden Zielsetzungen für diese Arbeit.

1.2 Zielsetzungen

Die in dieser Dissertation entwickelten dynamischen Modelle für Dekantier- und Röhrenzentrifugen erlauben die numerische Simulation des Separationsprozesses in Echtzeit. Dabei werden die Materialfunktionen zur Beschreibung des Sedimentationsverhaltens und Sedimentaufbaus im Labormaßstab charakterisiert und mit der Maschinenfunktion, welche den Zusammenhang zwischen Prozessbedingungen, Zentrifugen-Geometrie und Strömungszustand darstellt, zu einem numerischen Algorithmus verknüpft.

Untersuchung der Materialeigenschaften der Suspension

Die Eigenschaften der dispersen Phase beeinflussen das Sedimentationsverhalten und den Sedimentaufbau erheblich. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, die trenntechnischen Materialeigenschaften ausgehend von einfachen Laborversuchen experimentell zu ermitteln. Aus den unterschiedlichen Versuchen werden die Materialfunktionen der Sedimentationsbehinderung, des Gelpunkts und des Sedimentaufbaus abgeleitet und als Shortcut-Modelle für die dynamische Simulation der Abscheidung in Dekantierzentrifugen vorgegeben.

Untersuchung dynamischer Vorgänge in Dekantierzentrifugen

Neben den Materialeigenschaften beeinflussen die Strömungsbedingungen maßgeblich den Trennprozess. Die dynamische Simulation in Echtzeit erfordert eine vereinfachte Modellierung des Strömungszustands. An dieser Stelle bietet die Modellierung der Verweilzeitverteilung die Möglichkeit, die Abweichung von idealen Strömungsbedingungen abzubilden. Die Charakterisierung der Verweilzeitverteilung erfolgt ausgehend von drei Methoden: der Verweilzeitmessung, der dynamischen Änderung und der numerischen Strömungssimulation (CFD). Dabei stellt sich die Frage, bis zum welchem Grad sich die komplexen Strömungsvorgänge in Dekantierzentrifugen durch eine Modellreduktion vereinfachen lassen und der Vergleich der unterschiedlichen Methoden ein ausreichend genaues Ergebnis liefert.

Dynamische Modellierung von Dekantierzentrifugen

Die Entwicklung eines dynamischen Prozessmodells für kontinuierlich arbeitende Dekantierzentrifugen stellt einen weiteren Teil dieser Arbeit dar. Dies beinhaltet die Entwicklung neuer numerischer Algorithmen, welche die trenntechnischen Materialeigenschaften mit der Maschinenfunktion verknüpfen. Weitere Einflussgrößen neben dem Sedimentationsverhalten sind der Sedimentaufbau und der Feststofftransport. Die Rückwirkung des Sedimentaufbaus auf den Separationsvorgang wird durch die Berechnung der Sedimentoberfläche realisiert und

anschließend der freie Strömungsquerschnitt für jeden Zeitschritt korrigiert. Dadurch ist es möglich mit dem entwickelten numerischen Algorithmus den Einfluss der Sedimentation, des Sedimentaufbaus und des -transports zeitaufgelöst zu erfassen.

Übertragung des dynamischen Modells auf Röhrenzentrifugen

In den meisten Fällen dominieren die Eigenschaften der dispersen Phase die Separation. Infolgedessen stehen dem Prozessingenieur eine Vielzahl unterschiedlicher Zentrifugen-Typen zur Verfügung. Für die Klassierung von kolloidalen Partikelsystemen werden häufig Röhrenzentrifugen eingesetzt. Im Vergleich zu Dekantierzentrifugen arbeiten Röhrenzentrifugen halbkontinuierlich. Die disperse Phase strömt hier über den Zulauf in die Zentrifuge und bildet dort ein flüssigkeitsgesättigtes Haufwerk. Aufgrund der halbkontinuierlichen Fahrweise reicht sich der Feststoff bis zur vollständigen Füllung der Maschine im Rotor an. Die breite Anwendbarkeit des dynamischen Modells erlaubt die Vergleichbarkeit unterschiedlicher Trennprozesse und ermöglicht dadurch die rechnergestützte Auswahl des geeigneten Trennapparates.

2 Theoretische Grundlagen

Ziel dieser Arbeit ist die mathematische Modellierung und dynamische Simulation von Vollmantelzentrifugen. Aus diesem Grund werden in den nachfolgenden Abschnitten die theoretischen Grundlagen der Sedimentation, des Sedimentaufbaus und des Sedimenttransports in Vollmantelzentrifugen dargelegt. Weiterhin wird der Stand der Technik für die Auslegung von Vollmantelzentrifugen zusammengefasst und auf die drei gängigen Methoden zur Auslegung und dem Scale-up eingegangen.

2.1 Aufbau und Funktionsweise von Dekantierzentrifugen

Bei Dekantierzentrifugen handelt es sich um kontinuierlich arbeitende Vollmantelzentrifugen. Dieser Zentrifugen-Typ ist in den unterschiedlichsten Varianten und Bauformen verfügbar. Die gängigste Bauform bildet das in Abbildung 2.1 dargestellte Gegenstrom-Prinzip. Hier strömt das Fluid entgegen der Transportrichtung des Haufwerks. Die Hauptkomponenten des Apparates stellen die zylindrisch-konische Trommel und der intern mit einer geringen Differenzdrehzahl zur Trommel rotierenden Schneckenrundkörper dar. Die Suspension strömt über einen axialen Zulauf in die Maschine und wird am Übergang von zylindrischem und konischem Teil vorbeschleunigt. Das vorhandene Überlaufwehr staut die Flüssigkeit in der Zentrifuge auf. Durch die wirkende Zentrifugalkraft bildet sich ein Flüssigkeitsteich mit einer Gas-Flüssig-Phasengrenze. Um die Verwirbelungen in der Vorbeschleunigungszone möglichst gering zu halten, ist es wünschenswert, die zugeführte Suspension möglichst als Starrkörper zu beschleunigen. In der Praxis kommt es jedoch aufgrund des Gasspalts zwischen Schneckeninnenseite und Flüssigkeitspool zu einer unzureichenden Beschleunigung der Suspension. Dadurch sind an der Oberfläche des Teichs hohe Geschwindigkeitsgradienten unter Einwirkung von Scherbeanspruchung vorzufinden. Dies kann vor allem für geflockte oder kristalline Produkte zu Zerkleinerungsvorgängen führen. Nach der Vorbeschleunigung strömt die Suspension entlang des Schneckenkanals in Richtung Überlaufwehr und der dispergierte Feststoff, der in den meisten Fällen eine höhere Dichte als die kontinuierliche Phase aufweist, sedimentiert in radialer Richtung zur Trommelinnenwand. Aufgrund der Akkumulation der dispersen Phase kommt es zur Bildung eines flüssigkeitsgesättigten Haufwerks. Die geklärte Flüssigkeit oder klassierte Suspension strömt über das Überlaufwehr als Zentrat aus der Maschine.

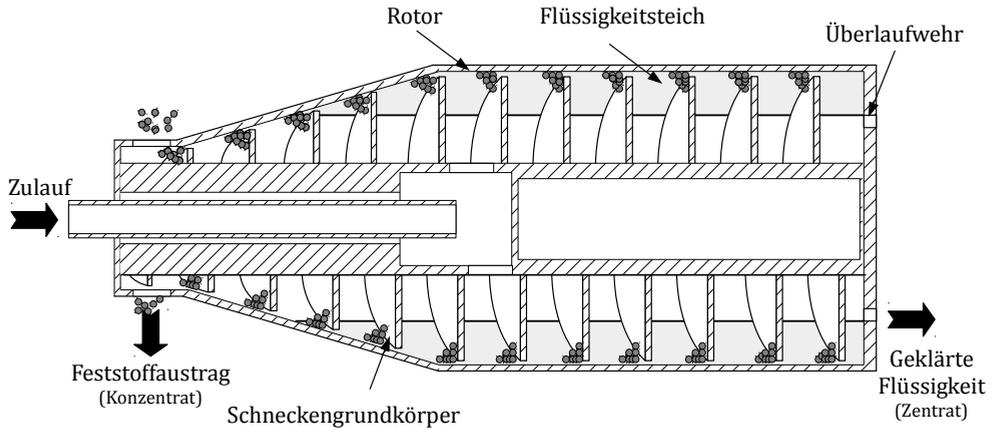


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung des Aufbaus einer Gegenstrom-Dekantierzentrifuge.

Hat sich im Verlauf des Separationsprozesses ausreichend transportfähiges Sediment an der Trommelinnenwand angereichert, fördert der Schneckengrundkörper das flüssigkeitsgesättigte Haufwerk in Richtung Konus. Im konischen Teil der Dekantierzentrifuge wird das Sediment aus dem Flüssigkeitsteich gefördert. Handelt es sich um ein körniges Produkt, welches durch Überschreiten des kapillaren Eintrittsdrucks und Untersättigung des Haufwerks entfeuchtet wird, findet im weiteren Verlauf die mechanische Entfeuchtung der porösen Struktur statt. Im Gegensatz dazu liegen feindisperse Haufwerke als flüssigkeitsgesättigtes Porensystem vor und es findet keine Untersättigung statt. Vielmehr sorgt der wirkende Feststoffgerüstdruck im Idealfall für eine Kompression des Sediments bis zum Gleichgewichtszustand.

2.2 Sedimentation dispergierter Feststoffe in Flüssigkeiten

Die Sedimentation dispergierter Feststoffe in Flüssigkeiten stellt eine Grundoperation der Verfahrenstechnik dar. Die physikalischen Vorgänge während der Sedimentation dominieren dabei viele trenntechnische Anwendungen wie das Eindicken bei der Abwasseraufbereitung oder die Zentrifugation von feindispersen Partikeln. Dabei stellt sich die Frage wie der Einfluss der Feststoffkonzentration und somit der erhöhte Impulsaustausch zwischen Feststoff und Flüssigkeit theoretisch beschrieben werden kann. In den nachfolgenden Abschnitten sind die theoretischen Grundlagen der Sedimentation zusammengefasst. Die dargelegten, physikalischen Zusammenhänge bilden die Basis um den Gültigkeitsbereich der einzelnen Ansätze zu diskutieren.

2.2.1 Sedimentation von Partikeln in verdünnten Suspensionen

Die Sinkgeschwindigkeit eines Einzelpartikels mit sphärischer Gestalt in einem unendlich ausgedehnten Gebiet und newtonschen Fluid leitet sich aus einer Kräftebilanz um das Partikel ab. Mit der Annahme eines ruhenden Mediums und stationärer Bewegung resultiert die Sinkgeschwindigkeit im Erdschwerefeld

$$u = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{x \cdot g}{c_w(Re_p)} \cdot \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_l}}, \quad (2.1)$$

aus dem Kräftegleichgewicht von statischem Auftrieb, Gewicht- und Widerstandskraft. Hier ist x der Partikeldurchmesser, g die Erdbeschleunigung, $c_w(Re_p)$ der von der Partikel-Reynoldszahl abhängige Widerstandsbeiwert sowie ρ_s und ρ_l die entsprechende Dichte des Feststoffs und der Flüssigkeit. Kürten et al. [2] zeigen einen Überblick über Berechnungsansätze des Widerstandsbeiwerts als Funktion der Partikel-Reynoldszahl. Aufgrund sehr feiner Partikel wird nachfolgend nur eine schleichende Umströmung für $Re_p < 0,2$ beschrieben. Für diesen Fall ist der Widerstandsbeiwert direkt proportional zur Sinkgeschwindigkeit und ergibt sich aus dem reziproken Zusammenhang zur Partikel-Reynoldszahl

$$c_w(Re_p) = \frac{24}{Re_p}, \quad (2.2)$$

Für eine schleichende Umströmung im Stokes-Bereich [3], vereinfacht sich Gleichung 2.1 durch Einfügen von Gleichung 2.2 zu:

$$u_{st} = \frac{(\rho_s - \rho_l) \cdot x^2 \cdot g}{18\eta_l}. \quad (2.3)$$

Hier ist die Sinkgeschwindigkeit proportional zum Quadrat des Partikeldurchmessers. Die Bewegung im Stokes-Bereich ist nur für sehr kleine Partikel oder zähviskose Flüssigkeiten gültig. Für feine Partikel, die sehr langsam im Erdschwerefeld sedimentieren, bietet sich die Beschleunigung im Zentrifugalfeld an. Die Schleuderzahl

$$C = \frac{R \cdot \omega^2}{g}, \quad (2.4)$$

beschreibt das Verhältnis aus Zentrifugal- zur Erdbeschleunigung. Die Zentrifugalbeschleunigung berechnet sich aus dem Produkt der radialen Position R und dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit ω . Durch Vernachlässigen der Corioliskraft unter Berücksichtigung von Gleichung 2.4 ergibt sich die Sinkgeschwindigkeit

$$u_{z,st} = \frac{(\rho_s - \rho_l) \cdot x^2 \cdot R \omega^2}{18\eta_l}, \quad (2.5)$$

im Zentrifugalfeld aus dem Vielfachen der Erdbeschleunigung.

2.2.2 Sedimentationsverhalten von Partikeln in konzentrierten Suspensionen

Die bisher gezeigten Gleichungen gelten ausschließlich für ein Einzelpartikel oder stark verdünnte Suspensionen. Abbildung 2.2 fasst den Einfluss der Feststoffkonzentration auf die normierte Sinkgeschwindigkeit für monodisperse Partikelsysteme zusammen. Bickert [4] vergleicht dabei experimentelle Ergebnisse von Kaye und Boardman [5], Johne [6] sowie Bhatti [7].

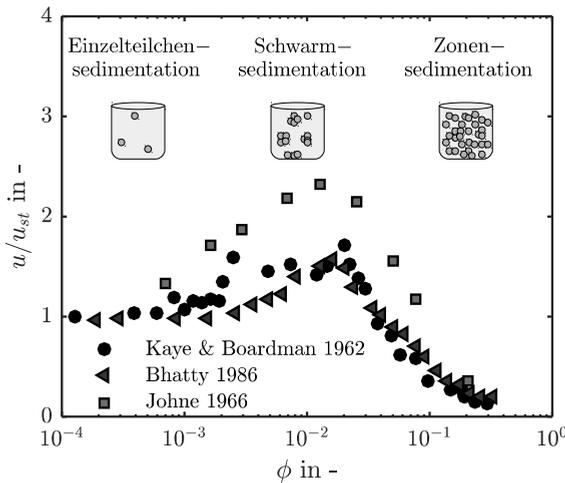


Abbildung 2.2: Einfluss der Feststoffkonzentration auf die normierte Sinkgeschwindigkeit eines monodispersen Partikelsystems. In Anlehnung an Bickert [4], abgewandelt aus Kaye und Boardman [5], Johne [6] sowie Bhatti [7].

Für sehr geringe Feststoffkonzentrationen liegt ein großer Abstand zwischen den Teilchen vor und der Anteil an verdrängter Flüssigkeit hat keinen Einfluss auf die Sinkgeschwindigkeit der Partikel. Mit der Erhöhung der Feststoffkonzentration wird die Sedimentation positiv beeinflusst. Die Bildung von Partikelclustern führt zu einem besseren Anströmverhalten und einer Erhöhung der Sinkgeschwindigkeit. Wird die Feststoffkonzentration weiter erhöht, kommt es zur Ausbildung einer Strömung entgegengesetzt der Sedimentation und ein erhöhter Impulsaustausch zwischen Feststoff und Flüssigkeit ist die Folge. Durch die starke Gegenströmung reduziert sich die Sinkgeschwindigkeit der Teilchen deutlich und die Partikel sedimentieren langsamer als mit der Einzelteilchensedimentation beschrieben. Der Impulsaustausch führt dazu, dass sich eine Phasengrenze zwischen geklärter Flüssigkeit und Suspension einstellt und der Feststoff einheitlich als Zone sedimentiert. Bickert [4] und Beiser [8] untersuchten das Sedimentationsverhalten von mono-, bi- und polydisperser Suspensionen experimentell an einer Manometer-Zentrifuge. Für den Fall polydisperser Partikel zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie für eine monodisperse Suspension. Es kommt jedoch zu einer Verschiebung des

Übergangs zwischen Schwarm- und Zonensedimentation. Diese Verschiebung ist jedoch nicht konstant, sondern hängt je nach Partikelsystem von den physiko-chemischen Eigenschaften der Suspension, der Partikelgrößenverteilung und der Zentrifugalbeschleunigung ab. Der Anstieg der Zentrifugalbeschleunigung verschiebt den Übergangsbereich zwischen Schwarm- und Zonensedimentation hin zu größeren Feststoffkonzentrationen [9]. Richardson und Zaki [10] beschreiben die Sinkgeschwindigkeit als Funktion der Feststoffkonzentration für kugelförmige Partikel. Als Folge der Erhöhung des Feststoffvolumenanteils steigt der Impulsaustausch zwischen Feststoff und Flüssigkeit und die Sedimentationsbehinderung nimmt zu. Der Ansatz der Sinkgeschwindigkeit

$$u = u_{st} (1 - \phi)^{n_{RZ}}, \quad (2.6)$$

leitet sich aus Experimenten für ein monodisperses Partikelkollektiv her. Dabei wird nicht die Sedimentation der einzelnen Partikelklassen aufgezeichnet, sondern das Absinken des vorhandenen Trennspiegels. Die Sinkgeschwindigkeit hängt von der Einzelteilchensedimentation u_{st} , der Feststoffkonzentration ϕ und einem empirischen Parameter n_{RZ} ab. Der Exponent n_{RZ} beschreibt den Einfluss der Partikel- und Strömungsform und ist eine Funktion der Partikel-Reynoldszahl. Im Falle einer Reynoldszahl von $Re_p < 0,2$ wird der Exponent zu $n_{RZ} = 4,65$. Der Ansatz von Richardson und Zaki [10] ist nur für den Fall gültig, dass alle Teilchen einheitlich sedimentieren [11].

Kommt es zu einer abweichenden Bewegung, beispielsweise durch schnelleres Absinken der groben Partikel oder handelt es sich um geflockte Systeme, ist dieser Ansatz nur qualitativ anwendbar. Ekdawi und Hunter [12] entwickelten einen weiteren Ansatz zur Beschreibung der Sedimentationsbehinderung unter der Voraussetzung, dass die Abnahme der Sinkgeschwindigkeit ausschließlich eine Funktion der Feststoffkonzentration ist. Ausgehend des Kynch-Theorems [13] führt der Anstieg der Feststoffkonzentration zu einer Veränderung der Dichte und Viskosität der Suspension. Dougherty und Krieger [14] beschreiben die dynamische Viskosität

$$\eta_s = \eta_l \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{-\eta_i}, \quad (2.7)$$

als Funktion der Feststoffkonzentration. Hier ist η_0 die dynamische Viskosität der reinen Flüssigkeit, ϕ_{max} die maximale Packungsdichte und η_i die intrinsische Viskosität. Die Dichte der Suspension berechnet sich aus dem Produkt der Reinstoffdichten und der jeweiligen Volumenanteile. Durch Einsetzen der Dichte sowie Viskosität der Suspension ergibt sich die Sedimentationsbehinderung zu:

$$u = u_{st} \cdot (1 - \phi) \cdot \left(1 - \frac{\phi}{\phi_{max}}\right)^{\eta_i \cdot \phi_{max}}. \quad (2.8)$$

Für kugelförmige Partikel nimmt die intrinsische Viskosität einen Wert von $\eta_i = 2,5$ an. Im Gegensatz zu Einzelteilchen kommt es bei der Flockenbildung zur Anlagerung von Einzelpartikeln aufgrund der Veränderung der Oberflächenladungen. In den meisten Fällen bilden sich keine kompakten, sondern locker zusammengefügte Flocken aus. Durch den hohen Anteil an Porenflüssigkeit in den Zwischenräumen kommt es zu einer Veränderung des Sedimentationsverhaltens. Scott [15] definiert den Flockenbildungsfaktor

$$f_{fl} = \frac{\phi_{fl}}{\phi}, \quad (2.9)$$

als Verhältnis der Feststoffkonzentrationen einer geflockten ϕ_{fl} und einer stabilisierten Suspension ϕ . Durch Einsetzen von Gleichung 2.9 in den Ansatz von Richardson und Zaki folgt der Einfluss der Feststoffkonzentration auf die Trennspiegelsinkgeschwindigkeit

$$u_{fl} = u_{st,fl} \cdot (1 - f_{fl} \cdot \phi)^{n_{fl}}, \quad (2.10)$$

einer geflockten Suspension. Aufgrund der fraktalen Dimension der gebildeten Flocken und deren Durchströmung bei der Sedimentation ist die exakte Flockengröße und Flockendichte nicht bekannt. Freidinger [16] entwickelte hier eine Methode zur Ableitung des Flockenbildungsfaktors. Durch Umformen von Gleichung 2.10 folgt die Freidinger Auftragung:

$$u_{fl}^{1/n_{fl}} = -u_{st}^{1/n_{fl}} \cdot f_{fl} \phi + u_{st}^{1/n_{fl}}. \quad (2.11)$$

Durch lineare Anpassung von Gleichung 2.11 an die experimentellen Daten der Sinkgeschwindigkeit und anschließend extrapolieren zum Abszissenabschnitt leitet sich der Flockenbildungsfaktor f_{fl} ab. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Steigung in Gleichung 2.11 der Sinkgeschwindigkeit der Flocken bei unendlicher Verdünnung entspricht [11].

Die gezeigten Modelle beschreiben die Sedimentation in vereinfachter Form. Daher ist zu prüfen, welcher Ansatz das reale Sedimentationsverhalten des Partikelsystems am besten beschreibt. Um die jeweiligen Einflussgrößen wie die Partikelgrößenverteilung, die Partikelform und die interpartikulären Wechselwirkungen auf die Sedimentation zu erfassen, bedient man sich der experimentellen Untersuchung im Erdschwerefeld oder für mikrone Partikel der Analyse an Laborzentrifugen und führt eine Anpassung an die experimentellen Daten durch. Durch diese Herangehensweise erhält man in den meisten Fällen die beste Übereinstimmung zwischen Berechnung und Experiment.

2.3 Strömungsvorgänge in Vollmantelzentrifugen

Zur Beschreibung der Strömungsbedingungen in Vollmantelzentrifugen werden interne Einbauten wie der Schneckenrundkörper in Dekantierzentrifugen vernachlässigt. Leung [17] unterscheidet wie in Abbildung 2.3 illustriert zwei Ansätze bei der Auslegung von Vollmantelzentrifugen. Bei der Pfropfenströmung

$$v = \frac{\dot{V}}{\pi (R_{Tr}^2 - R_w^2)}, \quad (2.12)$$

handelt es sich um eine gleichförmige Bewegung über den gesamten Flüssigkeitsteich ohne Rückvermischungsbereiche oder Geschwindigkeitsgradienten in radialer Richtung. Nach Ambler [18] lässt sich die Fließgeschwindigkeit v aus der Massenerhaltung berechnen. Diese hängt vom Volumenstrom \dot{V} , dem Trommelradius R_{Tr} sowie dem Wehrradius R_w ab. Die mittlere Verweilzeit

$$t_v = \frac{\pi (R_{Tr}^2 - R_w^2) \cdot L_{zyl}}{\dot{V}}, \quad (2.13)$$

im zylindrischen Teil der Zentrifuge berechnet sich aus dem Verhältnis des Volumens des Hohlzylinders zum Volumenstrom. In Gleichung 2.13 entspricht L_{zyl} der axialen Länge des Hohlzylinders. Der zweite Ansatz zur Beschreibung der Strömungsvorgänge ist das Modell der Grenzschichtströmung. Hier wird der Flüssigkeitsteich in zwei Bereiche unterteilt und so die Strömung an der freien Flüssigkeitsoberfläche berücksichtigt. Für den rotierenden Pool liegt ein ruhendes Medium vor und es gilt $v = 0$ m/s.

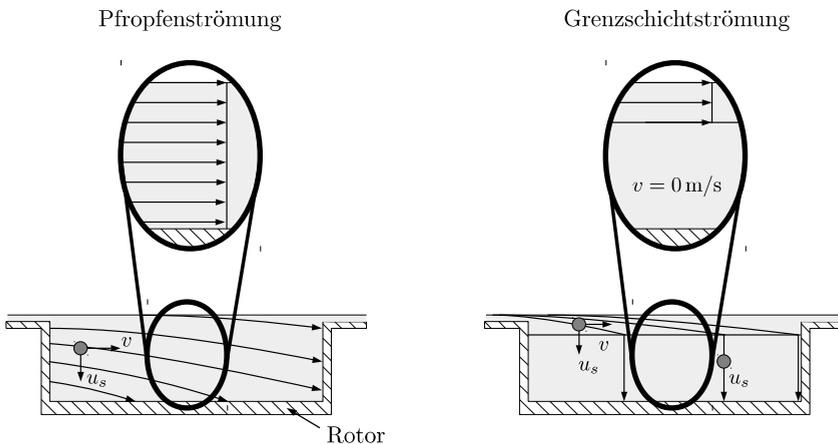


Abbildung 2.3: Vergleich der Partikelbewegung für den Fall einer Pfropfen- und Grenzschichtströmung. In Anlehnung an die Darstellung von Leung [17].

An der freien Flüssigkeitsoberfläche bildet sich eine bewegte Flüssigkeitsschicht aus. Leung [17] beschreibt ausgehend von experimentellen Beobachtungen eine Grenzschichtdicke von wenigen Millimetern. Nach Gösele [19] erfordert der Austausch zwischen Flüssigkeitsschichten unterschiedlicher radialer Position Hubarbeit und das Zentrifugalfeld mit dem Gradienten in tangentialer Richtung wirkt stabilisierend auf die Strömung und behindert die Bildung von Turbulenzen. Bewegen sich daher Partikel unterhalb der Grenzschicht werden diese abgeschieden. Die Fließgeschwindigkeit

$$v = \frac{\dot{V}}{\pi (R_\delta^2 - R_w^2)}. \quad (2.14)$$

in der dünnen, schnell strömenden Schicht mit der Dicke δ berechnet sich wiederum unter der Annahme einer gleichförmigen axialen Strömungsgeschwindigkeit. Hier ist R_δ die radiale Position der schnellströmenden Schicht. Nach Meyer [20] berechnet sich die Schichtdicke aus Prozessbedingungen, Geometrieparametern und den Materialeigenschaften des Fluids. Reuter [21] beschreibt ebenfalls einen Ansatz zur Berechnung der Dicke der strömenden Grenzschicht in Überlaufzentrifugen. Die beschriebenen Modelle können jedoch nur eine grobe Abschätzung der Strömungsbedingungen in Überlaufzentrifugen geben. Je nach Geometrie der Einlaufzone wird die Suspension unzureichend vorbeschleunigt und es bilden sich Wirbel aus. Es treten Bereiche hoher Rückvermischung auf und die Annahme einer Grenzschichtströmung führt hier zu deutlichen Abweichungen.

Romani [22] zeigt ausgehend von experimentellen Untersuchungen eine unzureichende Beschleunigung des Flüssigkeitspools einer Vollmantelzentrifuge. Die tangentielle Geschwindigkeitskomponente weicht deutlich von der Starrkörperrotation ab und radialer Impulsaustausch unter Ausbildung von Wirbeln wird begünstigt. Für Dekantierzentrifugen ergibt sich im Vergleich zu Vollmantelzentrifugen ohne Einbauten ein anderer Strömungszustand. Hülsen [23] beschreibt die Strömungsvorgänge in Dekantierzentrifugen für verschiedene Einstellungen der Schneckendrehzahl ausgehend von Experimenten im Pilotmaßstab. Für den Fall einer nacheilenden Schnecke kommt es am Zulauf zu Verwirbelungen, die sich mit Entfernung vom Zulaufbereich abschwächen und ein homogenes Profil ausbilden. Für den Fall einer voreilenden Schnecke liegt die Vorstellung zugrunde, dass die Schnecke die Fluidelemente in Richtung konischem Teil der Zentrifuge umlenkt und später das Fluid zurück in Richtung Überlauf strömt.

Faust [24] beschreibt für die Fließgeschwindigkeit eine deutliche Tiefenwirkung. Aus Farbstoffversuchen an einer aus Plexiglas gefertigten Dekantierzentrifuge leitet er ein lineares Strömungsprofil ab. Dabei verhindert der Schneckengrundkörper das Fließen in axialer Richtung. Vielmehr strömt das Fluid entlang des Schneckenkanals. Zusammengefasst zeigt der Überblick der unterschiedlichen Modellvorstellungen für den Strömungszustand in

Dekantierzentrifugen, dass der Schneckenrundkörper einen erheblichen Einfluss auf die Strömungsbedingungen hat. In einigen Fällen kommen in der Industrie modifizierte Dekantierzentrifugen zum Einsatz. Hier hat der Schneckenrundkörper Bohrungen auf Teichhöhe und eine Strömung in axialer Richtung wird nicht verhindert sondern begünstigt.

2.4 Auslegung und Scale-up von Vollmantelzentrifugen

Für die Auslegung von Vollmantelzentrifugen stehen in der Literatur mathematische Ansätze, wie die Sigma-Theorie [18], das g-Volumen [25] oder die Leung-Zahl [17] zur Verfügung. Auf diese wird nachfolgend näher eingegangen.

2.4.1 Sigma-Theorie

Der von Ambler [18] entwickelte Ansatz der Sigma-Theorie ist der am häufigsten eingesetzte Ansatz zum Scale-up von Vollmantelzentrifugen. Im deutschen Sprachgebrauch ist dieser auch als Theorie der äquivalenten Klärfläche bekannt. Darin wird die Abscheidung durch Gleichsetzen der mittleren Verweilzeit und der Sedimentationszeit

$$t_{sed} = t_v, \quad (2.15)$$

beschrieben. Ambler [18, 26, 27] verknüpft in seinen Arbeiten zur Sigma-Theorie die Einzelteilchensedimentation im Stokes-Bereich mit den Prozessbedingungen und überträgt so die Erkenntnisse aus dem Labor-Maßstab auf die Trennbedingungen verschiedener Zentrifugen-Typen. Durch Trennung der Veränderlichen in Gleichung 2.5 und anschließender Integration folgt die Sedimentationszeit

$$t_{sed} = \frac{18\eta_l}{\Delta\rho \cdot \omega^2 \cdot x^2} \ln\left(\frac{R_{tr}}{R_w}\right), \quad (2.16)$$

eines Partikels ausgehend von einer definierten radialen Startposition bis zur Innenwand der Trommel. Der ungünstigste Fall tritt dabei bei der Sedimentation eines Partikels von der Flüssigkeitsoberfläche in Richtung Trommelinnenwand auf. In Gleichung 2.16 wird davon ausgegangen, dass sich kein Sediment in der Zentrifuge aufbaut. Durch Gleichsetzen der mittleren Verweilzeit und der Sedimentationszeit folgt das Grenzkorn

$$x_{kr} = \left[\frac{18\eta_l \dot{V}}{\Delta\rho \omega^2 \pi (R_{tr}^2 - R_w^2) L_{zyl}} \ln\left(\frac{R_{tr}}{R_w}\right) \right]^{0.5}, \quad (2.17)$$

welches gerade noch abgeschieden wird. Das Grenzkorn hängt hier von Materialgrößen, Prozessbedingungen und der Geometrie der Zentrifuge ab. Diese analytische Gleichung beschreibt die trenntechnischen Vorgänge in einer Vollmantelzentrifuge stark vereinfacht.

Eine Reihe von Einflussgrößen auf die Sedimentation wie die Feststoffkonzentration, die Partikelform, die realen Strömungsbedingungen, das Schnecken volumen, der Sedimentaufbau sowie Turbulenzen am Zu- und Ablauf werden nicht berücksichtigt. Jedoch leitet Ambler [18] eine Scale-up Beziehung für den Zulaufvolumenstrom

$$\dot{V} = 2 \cdot \Sigma \cdot u_g, \quad (2.18)$$

aus dem Produkt des Sigma-Parameters Σ und der Sinkgeschwindigkeit im Erdschwerefeld u_g her. Der Vorfaktor 2 ergibt sich aus der Annahme, dass an der Trenngrenze für eine ideale Suspension die Hälfte der Partikel abgeschieden wird. Die Sinkgeschwindigkeit im Erdschwerefeld ist dabei durch Gleichung 2.3 definiert. Der Sigma-Parameter

$$\Sigma = \frac{V \cdot \omega^2 \cdot R_e}{g \cdot L_e}, \quad (2.19)$$

ist eine empirische Größe und beschreibt das Verhältnis der Prozessbedingungen und der Zentrifugen-Geometrie. Hier kennzeichnet V das Volumen der Zentrifuge, R_e den effektiven Radius und L_e die effektive Sedimentationslänge. Beide effektiven Geometriegrößen stellen empirische Korrekturfaktoren dar und sind vom Anwender so zu wählen, dass die Berechnung mit dem Experiment übereinstimmt. Ambler [18] beschreibt den Sigma-Parameter Σ als einen Index für die Größe einer Zentrifuge und ist damit eine äquivalente Fläche um den gleichen Anteil an Feststoff bezogen auf das Erdschwerefeld abzuscheiden. Der Vergleich von Zentrifugen unterschiedlicher Größe berechnet sich aus den Einzelverhältnissen des Volumenstroms zum Sigma-Parameter:

$$\frac{\dot{V}_1}{\Sigma_1} = \frac{\dot{V}_2}{\Sigma_2} = \frac{\dot{V}_3}{\Sigma_3} = \dots \quad (2.20)$$

Für Röhrenzentrifugen berechnet sich der Sigma-Parameter

$$\Sigma = \frac{2\pi L_{zyl} \omega^2}{g} \left(\frac{3}{4} R_d^2 - \frac{1}{4} R_w^2 \right), \quad (2.21)$$

aus der Kräftebilanz um ein Einzelpartikel und der Annahme einer zylindrischen Trommel. Ambler [26] leitet außerdem einen Sigma-Parameter

$$\Sigma = \frac{2\pi L_{zyl} \omega^2}{g} \left(\frac{3R_d^2 + R_w^2}{4} \right) + \frac{2\pi L_{kon} \omega^2}{g} \left(\frac{R_d^2 + 3R_d R_w + 4R_w^2}{8} \right), \quad (2.22)$$

für den Scale-up von Dekantierzentrifugen her. Der beschriebene Zusammenhang unterteilt das für die Sedimentation zur Verfügung stehende Volumen in einen zylindrischen und konischen Teil mit den Längen L_{zyl} und L_{kon} . Es wird ein empirischer Korrekturfaktor von 6 % für das nicht betrachtete Volumen des Schnecken grundkörpers angegeben [26]. Es sei zu

erwähnen, dass die Länge des konischen Teils je nach Strömungsform nicht von den Partikeln durchströmt wird und sich somit ein Fehler beim Scale-up ergibt. Außerdem füllt sich der konische Teil im Verlauf des Versuchs aufgrund des Schnecken transports mit Feststoff und reduziert so den freien Strömungsquerschnitt und die mittlere Verweilzeit. Aus diesem Grund präsentiert Flemke [28] unterschiedliche empirische Korrekturfaktoren zum Scale-up ausgehend der Sigma-Theorie. So gibt Stahl [29] einen Sigma-Faktor von $\Sigma = 0,87$ an, wohingegen Alfa Laval mit einem Sigma-Faktor von $\Sigma = 1,65$ den Scale-up durchführt [29].

2.4.2 g-Volumen

Wakeman [25] stellt mit dem g-Volumen einen weiteren Ansatz zum Scale-up von Vollmantelzentrifugen dar. Die Herangehensweise ähnelt dabei sehr der Sigma-Theorie. So bildet das g-Volumen

$$\frac{\dot{V}_1}{V_1 \cdot C_1} = \frac{\dot{V}_2}{V_2 \cdot C_2} = \frac{\dot{V}_3}{V_3 \cdot C_3} = \dots, \quad (2.23)$$

zur Übertragung auf andere Baugrößen das Verhältnis aus Volumenstrom \dot{V} zum Produkt aus Zentrifugenvolumen V und der Schleuderziffer C . Der beschriebene mathematische Zusammenhang erlaubt den Vergleich geometrisch ähnlicher Maschinen. Stahl [29] beschreibt Abweichungen für den Scale-up von Dekantierzentrifugen, bei denen sich das Verhältnis aus Durchmesser, Wehrhöhe und Länge verändert. Ein Vorteil des g-Volumens stellt wiederum der eingefügte Proportionalitätsfaktor dar.

Die Gegenüberstellung unterschiedlicher Zentrifugen erlaubt neben der Berechnung der Abscheidung auch den Vergleich der Kompression des Sediments in der Maschine unter Zuhilfenahme von Anpassungsgrößen. Dies ist mit der Sigma-Theorie wiederum nicht möglich. Hier wird mithilfe von Gleichung 2.22 ausschließlich der Klärvorgang betrachtet.

2.4.3 Leung-Zahl

Leung [17] beschreibt mit der Leung-Zahl eine dimensionslose Kennzahl zum Vergleich der trenntechnischen Vorgänge in Vollmantel-, Röhren- oder Dekantierzentrifugen. Grundlage dieses Ansatzes bildet die Sinkgeschwindigkeit im Stokes-Bereich unter Annahme einer oberflächennahen Grenzschichtströmung. Leung [17] bildet das Verhältnis aus Grenzkorn zu mittlerer Partikelgröße

$$\frac{x_{kr}}{x_{50}} = \frac{3}{\sqrt{\pi}} Le, \quad (2.24)$$

und stellt die Einflussgrößen als Le-Zahl

$$Le = \sqrt{\frac{\dot{V}}{L_{zyl}} \frac{\eta_l}{\Delta\rho}} \cdot \frac{2\pi}{\omega \cdot R_w \cdot x_{50} \cdot c_1}, \quad (2.25)$$

in dimensionsloser Form dar. Hier entspricht c_1 einem Anpassungsfaktor um eine ineffiziente Beschleunigung der Suspension im Zulaufbereich oder die Zerstörung von Flocken zu berücksichtigen. Dabei haben der Zentrifugen-Typ, die Drehzahl und die Partikelgröße einen entscheidenden Einfluss auf die Le-Zahl. So ergeben sich für hochdrehende Röhrenzentrifugen zur Abtrennung sehr feiner Partikel Le-Zahlen im Bereich $0,5 < Le < 5$. Als Fazit fasst Leung [30] zusammen, dass der Scale-up von Vollmantelzentrifugen unter Voraussetzung einer konstanten Le-Zahl möglich ist.

2.5 Haufwerksbildung im Zentrifugalfeld

Die Bildung eines Haufwerks hängt von den Eigenschaften der dispersen Phase wie der Partikelgröße, der Partikelform und den interpartikulären Wechselwirkungen ab. Abbildung 2.4 zeigt schematisch den Vergleich der Feststoffkonzentration eines inkompressiblen und kompressiblen Haufwerks entlang der radialen Richtung unter Vernachlässigung von Wandeffekten und Segregation. Für grobdisperse Haufwerke mit einer Partikelgröße $x \geq 10 \mu\text{m}$ sind interpartikuläre Wechselwirkungen in der Regel vernachlässigbar. Kommt es während der Sedimentation nicht zu klassierenden Vorgängen bildet sich ein homogener, inkompressibler Kuchen mit einer über die Sedimenthöhe konstanten Porosität aus.

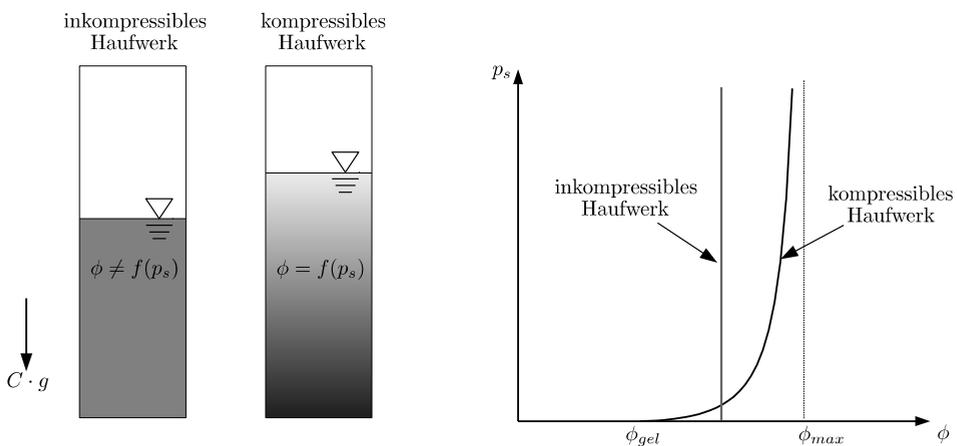


Abbildung 2.4: Vergleich eines inkompressiblen und kompressiblen Haufwerks (links) und des jeweiligen Feststoffgerüstdrucks in Abhängigkeit der Feststoffkonzentration (rechts).

Für diesen Fall ist die Feststoffkonzentration keine Funktion des Feststoffgerüstdrucks und die Porosität des Haufwerks kann experimentell mittels Versuchen am Standzylinder oder Becherzentrifugen experimentell ermittelt werden. Für kompressible Haufwerke tritt ein anderes Verhalten bei der Kuchenbildung auf. Die Feststoffkonzentration ist eine Funktion des Feststoffgerüstdrucks und hängt von interpartikulären Kräften und den Eigenschaften der dispersen Phase ab.

Tabelle 2.1: Modelle zur Anpassung experimenteller Daten für den Feststoffgerüstdruck als Funktion der Feststoffkonzentration.

Autor	Gleichung	Beschreibung
Auzerais et al. [31]	$p_s(\phi) = a \frac{\phi^n}{\phi_{mp} - \phi}$	a, n = empirische Parameter ϕ_{mp} = maximale Packungsdichte
Buscall et al. [32]	$p_s(\phi) = a (\phi - \phi_{gel})^m$	a, m = empirische Parameter ϕ_{gel} = Gelpunkt
Green et al. [33]	$p_s(\phi) = p_1 \left[\left(\frac{\phi}{\phi_{gel}} \right)^{p_2} - 1 \right]$	p_1, p_2 = empirische Parameter ϕ_{gel} = Gelpunkt
Landman et al. [34]	$p_s(\phi) = p_1 \left(\frac{\phi}{\phi_{gel}} - 1 \right)^{p_2}$	p_1, p_2 = empirische Parameter ϕ_{gel} = Gelpunkt
Usher et al. [35]	$p_s(\phi) = \left[\frac{a \cdot (\phi_{mp} - \phi) \cdot (b + \phi - \phi_{gel})}{\phi - \phi_{gel}} \right]^{-k}$	a, b, k = empirische Parameter ϕ_{gel} = Gelpunkt ϕ_{mp} = maximale Packungsdichte

Da die Kompressibilität eines Haufwerks in einer Vielzahl von Grundoperationen der mechanischen Flüssigkeitsabtrennung wie Eindickern, Filtern oder Zentrifugen, den Prozess wesentlich beeinflusst, finden sich in der Literatur eine Vielzahl von experimentellen Methoden und Modelle zur Beschreibung der Feststoffkonzentration in Abhängigkeit des Feststoffgerüstdrucks. Auf einige Ansätze wird im Folgenden eingegangen. Tiller et al. [36] beschreiben einen Potenz-Ansatz und verknüpfen die Feststoffkonzentration

$$\phi = \phi_0 \left(1 + \frac{p_s}{p_a} \right)^{\beta_1}, \quad (2.26)$$

mit dem Feststoffgerüstdruck p_s für den Gleichgewichtszustand. Die empirische Größen ϕ_0 , p_a und β_1 werden dabei an experimentelle Daten angepasst. Green et al. [33] und Landman et al. [34] nutzen ebenfalls ein Potenzgesetz zur Beschreibung der Feststoffkonzentration als Funktion des Feststoffgerüstdrucks. Neben zwei Anpassungsparametern wird hier die Feststoffkonzentration auf den Gelpunkt ϕ_{gel} bezogen. Usher et al. [35] führen

wiederum neben dem Gelpunkt die maximale Packungsdichte ϕ_{max} des gebildeten Haufwerks ein. Dadurch ergibt sich für die untersuchten Produkte eine bessere Übereinstimmung zwischen nicht-linearer Anpassung und den Experimenten. Aus Tabelle 2.1 geht eine Übersicht über mögliche Anpassungsfunktionen zur Beschreibung des Feststoffgerüstdrucks in Abhängigkeit der Feststoffkonzentration hervor. Die Auswahl des geeigneten Modells erfolgt durch den Fit von Gleichgewichtskurven des Feststoffgerüstdrucks in Abhängigkeit der Feststoffkonzentration. Die Auswahl des Ansatzes richtet sich im Allgemeinen nach der Genauigkeit der Anpassungsfunktion.

2.5.1 Modellierung inkompressibler Haufwerke

Inkompressible Haufwerke zeichnen sich durch eine konstante Porosität über die Sedimenthöhe aus. Dabei hängt die mathematische Formulierung des Problems von den trenntechnischen Eigenschaften des Partikelsystems ab. Vereinfachend wird oft angenommen, dass es sich bei der Separation um Zonensedimentation handelt und keine Segregation und Wandeffekte auftreten. Dies erlaubt die Betrachtung des Problems mittels eines Kontinuums-Ansatzes. Weiterhin kommt es während der Zentrifugation zu einer sprunghaften Änderung des Materialverhaltens am Übergang zwischen Sedimentation und Sediment. Das Sediment stellt ein Partikelnetzwerk dar, indem Normal- und Schubspannungen von den oberen in die unteren Schichten übertragen werden. Kynch [13] leitet für eine Suspension bestehend aus zwei Phasen die Massenerhaltung für den Feststoff

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}_s \phi) = 0, \quad (2.27)$$

und die Flüssigkeit

$$\frac{\partial (1 - \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}_l (1 - \phi)) = 0, \quad (2.28)$$

aus der Komponentenbilanz um ein differentielles Volumenelement her. In Gleichung 2.27 und Gleichung 2.28 entspricht der erste Term auf der linken Seite der zeitlichen Änderung und der zweite Term dem konvektiven Transport. Für den eindimensionalen Fall der Sedimentation in radialer Richtung vereinfacht sich Gleichung 2.27 wie folgt:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial f_z(\phi)}{\partial R} = 0. \quad (2.29)$$

Kynch [13] definiert das Produkt aus Feststoffgeschwindigkeit und Feststoffkonzentration als Flussdichtefunktion

$$f_z(\phi) = -C \phi v_s, \quad (2.30)$$

welche sich für das Zentrifugalfeld, aus dem Produkt der Sinkgeschwindigkeit v_s im Erdschwerefeld, der Feststoffkonzentration ϕ und der Schleuderschwindigkeit C berechnet. Die Berechnung der zeitlichen und örtlichen Änderung der Feststoffkonzentration entlang der radialen Koordinate ist nur unter Zuhilfenahme von numerischen Methoden sowie der Definition von Anfangswert- und Randbedingungen möglich. Bürger et al. [37] lösen die partielle Differentialgleichung numerisch mittels der Finite-Differenzen-Methode. Vereinfachend wird von einer homogenen Verteilung des Feststoffs und Zonensedimentation ausgegangen. Hierzu wird die Feststoffgeschwindigkeit als Dirichlet-Randbedingung definiert und auf den Wert $v_s = 0$ m/s gesetzt. Dadurch erhöht sich die Feststoffkonzentration in der untersten Schicht der Trommelinnenwand und wird durch die Definition der maximalen Feststoffkonzentration auf diesen Wert limitiert.

2.5.2 Modellierung kompressibler Haufwerke

Kompressible Haufwerke sind in der Praxis weitverbreitet und treten zum Beispiel beim Eindicken geflockter Systeme in der Abwasseraufbereitung oder bei der mechanischen Entfeuchtung feindisperser Haufwerke in Vollmantelzentrifugen auf. Hier sind die interpartikulären Wechselwirkungen im Vergleich zu den Massenkräften nicht mehr vernachlässigbar. Die mathematische Modellierung der Sedimentation und der Konsolidierung des Haufwerks wurde sowohl für Eindicker als auch für diskontinuierliche Zentrifugen in einer Vielzahl von Arbeiten untersucht. An dieser Stelle sind exemplarisch Autoren wie Masao et al. [38], Garrido et al. [39], Bürger et al. [37] und Stickland et al. [40] zu nennen. Die meisten Ansätze betrachten die Suspension als volumengemittelte Mischphase und erweitern die Kynch-Theorie [13] auf kompressible Haufwerke. Garrido et al. [39] und Bürger et al. [37] leiten die Feststoffgeschwindigkeit

$$v_s = \frac{f_k(\phi)}{\Delta\rho g\phi} [-\Delta\rho\omega^2R + \nabla p_s(\phi)], \quad (2.31)$$

mittels einer Impulsbilanz her und vernachlässigen die Corioliskraft, die Gravitation sowie viskose und konvektive Beschleunigung. Der erste Term beschreibt dabei die hydrodynamischen Wechselwirkungen zwischen Fluid und Feststoff ausgehend von der Flusssichtefunktion $f_k(\phi)$ und der zweite Term den im Haufwerk auftretende Kompressionswiderstand oder Feststoffgerüstdruck $p_s(\phi)$. Beide Materialfunktionen die Flusssichtefunktion und der Kompressionswiderstand hängen vom Feststoffvolumenanteil ab. Durch Einsetzen in Gleichung 2.27 und der Annahme eines konstanten Querschnitts ergibt sich der mathematische Zusammenhang von Sedimentation und Sedimentaufbau eines kompressiblen Haufwerks zu:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{\partial f_z(\phi)}{\partial R} - \frac{\partial}{\partial R} \left(a_z(\phi) \frac{\partial\phi}{\partial R} \right) = 0. \quad (2.32)$$

Hier kennzeichnet

$$a_z(\phi) = -\frac{f_k(\phi) p_s'(\phi)}{\Delta\rho g\phi} \quad (2.33)$$

einen konzentrationsabhängigen Diffusionskoeffizienten und beschreibt den Feststoffgerüstdruck im Haufwerk und die hydrodynamischen Wechselwirkungen zwischen Fluid und Feststoff. Der Gelpunkt wird als charakteristische Feststoffkonzentration für den Übergang von Sedimentation zur Kompression des Haufwerks eingeführt. Während bei der Sedimentation kein kontinuierlicher Kontakt zwischen den Teilchen vorhanden ist, weist das gebildete Haufwerk permanenten Partikel-Partikel Kontakt auf. Hier werden Normalspannungen von den oberen auf die unteren Schichten übertragen. Für den Feststoffgerüstdruck gilt $p_s(\phi_{gel}) = 0$ Pa am Gelpunkt. Aus den getroffenen Annahmen folgt eine hyperbolisch-parabolische Differentialgleichung. Bürger und Concha [37] lösen diese Gleichung ebenfalls numerisch mittels der Finiten-Differenzen-Methode. Dazu sind die unterschiedlichen Bereiche der Sedimentation und des Sedimentaufbaus zu definieren:

$$a_z(\phi) = 0, \text{ für } 0 \leq \phi < \phi_{gel} \text{ und } \phi = \phi_{max}, \quad (2.34)$$

$$a_z(\phi) > 0, \text{ für } \phi > \phi_{gel}. \quad (2.35)$$

Für den Fall der Sedimentation liegt die Feststoffkonzentration unterhalb des Gelpunkts und der Diffusionskoeffizient entspricht $a_z(\phi) = 0$ m²/s. Am Gelpunkt bildet sich erstmals ein Partikelnetzwerk aus. Die Wechselwirkungen im flüssigkeitsgesättigten Haufwerk werden durch einen konzentrationsabhängigen Diffusionskoeffizienten berücksichtigt und es gilt $a_z(\phi) > 0$ m²/s. Die Schwierigkeit bei der Lösung von Gleichung 2.32 liegt in der sprunghaften Änderung des Materialverhaltens am Gelpunkt.

Garrido et al. [41] und Berres et al. [42] präsentieren eine detaillierte Herleitung der mathematischen Zusammenhänge und Diskretisierung zur numerischen Simulation von Eindickern, der Batch-Zentrifugation und der Filtration. Stickland [43] erweitert den Ansatz von Bürger et al. [37] aus Gleichung 2.32 für zwei Ausgangssituationen der diskontinuierlichen Zentrifugation. Im ersten Fall liegt die Feststoffkonzentration unterhalb des Gelpunkts und es folgt die vollständige Lösung der Sedimentation und Konsolidierung des Haufwerks. Für den zweiten Fall hat sich bereits ein Haufwerk gebildet und die Feststoffkonzentration liegt oberhalb des Gelpunkts. Hier wird ausschließlich der Vorgang der Konsolidierung des Haufwerks betrachtet. Stickland et al. [40] kombinieren im weiteren Verlauf die mathematischen Zusammenhänge der diskontinuierlichen Zentrifugation in einer Becherzentrifuge mit den Prozessbedingungen und beschreiben ausgehend eines pseudo-1D Modells den kontinuierlichen Kuchenaufbau in einer Vollmantelzentrifuge.

2.6 Feststofftransport in Dekantierzentrifugen

Dekantierzentrifugen sind kontinuierlich arbeitende Apparate. Aufgrund der Relativbewegung zwischen Schnecke und Trommel wird das Haufwerk in Richtung konischem Teil geschoben. Dabei hängt das Transportverhalten von den Materialeigenschaften des Kuchens ab. Reif et al. [44] beschreiben den Sedimenttransport eines körnigen Haufwerks ausgehend von einer Kräftebilanz um ein Kuchenelement und experimenteller Ermittlung des Reibwerts zwischen Produkt und Schnecke sowie Produkt und Trommel. Aus den Beobachtungen wird abgeleitet, dass der Kuchen eine innere Scherfestigkeit aufweist. Für den Transport von pastösen Haufwerken ergibt sich wiederum ein anderes Transportverhalten. Hier führt ein nicht ausreichend verfestigter Kuchen zu einem Rückfließen vom konischen in Richtung des zylindrischen Teils in Dekantierzentrifugen.

Karolis et al. [45] leiten aus der Impulsbilanz um ein Kuchenelement das Transportverhalten eines kompressiblen pastösen Kuchens her. Stahl [29] beschreibt den Übergang zwischen beiden Transportmechanismen in einem Partikelgrößenbereich von $x = 10 \mu\text{m}$. Dabei darf dieser Wert nicht als feste Grenze angesehen werden, da auch grobdisperse Haufwerke mit einem geringen Feingutanteil ebenfalls kompressibles Verhalten aufweisen.

2.6.1 Transport körniger Feststoffe

Für grobdisperse oder körnige Haufwerke zeigt sich im Vergleich zu pastösen Sedimenten ein anderes Transportverhalten. So wird der kompakte inkompressible Kuchen entlang des Schneckenkanals in Richtung Konus geschoben. Das gebildete Haufwerk weist eine Dreiecks- oder Trapezgestalt auf, wobei sich der Feststoff an der Transportseite der Schnecke ansammelt. Die Kuchen wird im konischen Teil der Dekantierzentrifuge durch Untersättigung entfeuchtet und ein körniges Produkt aus der Maschine ausgetragen. Reif et al. [44] und Stahl [29] ziehen daraus den Rückschluss, dass es sich bei der Bildung um einen Kuchen mit hoher innerer Scherfestigkeit handeln muss. Daraus resultiert, dass der Kuchen aufgrund des Reibverhaltens zwischen Trommel und Material sowie Schnecke und Material in Richtung des Konus geschoben wird. Dabei hat der Reibungskoeffizient einen entscheidenden Einfluss auf die Transportgeschwindigkeit des Materials. Stahl [29] beschreibt auch die Grenzen der Annahme der inneren Scherfestigkeit für hohe Transportgeschwindigkeiten, bei denen eine Umwälzbewegung des Haufwerks in der Dekantierzentrifuge eintritt. Aufgrund der Produktabhängigkeit des Reibwerts ist diese Grenze jedoch nicht ohne Versuche an einer Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab ableitbar. Records [46] leitet ausgehend der Geometrieverhältnisse einer abgewickelten Schnecke eine Transporteffizienz

$$T = \frac{a}{P_{ax}} = \frac{1}{1 + \tan(\alpha) \tan(\beta)}, \quad (2.36)$$

für die axiale Bewegung eines Kuchenelements mit konstanter Porosität und innerer Scherfestigkeit her. Hier berechnet sich die Transporteffizienz aus dem Verhältnis der Strecke bei tangentialer Verschiebung a des Kuchens zum Abstand bei axialem Transport P_{ax} . Durch Einfügen der trigonometrischen Verhältnisse berechnet sich die Transporteffizienz aus den beiden Winkeln α und β . Hier ist α der Winkel des abweichenden Transports und β der Schneckensteigungswinkel. Für den Fall einer Transporteffizienz von $T = 0$ wird der Kuchen ausschließlich in tangentialer Richtung verschoben und es handelt sich beim Produkttransport um einen sogenannten Rundläufer. Bei einer Transporteffizienz von $T = 1$ wird der Kuchen bei einer Schneckenwindung um die Breite des Schneckenengangs verschoben und es liegt axialer Transport ohne Verschiebung in tangentialer Richtung vor. Aus der Schneckenengeometrie und der Differenzdrehzahl der Schnecke leitet sich die axiale Transportgeschwindigkeit

$$v_{ax} = \frac{T \cdot B_k \cdot \Delta\omega}{2\pi}, \quad (2.37)$$

als Funktion der Differenz der Winkelgeschwindigkeiten von Schnecke und Trommel $\Delta\omega$ der Transporteffizienz T und der Schneckenangabreite B_k her. Dieser Zusammenhang stellt die Transportvorgänge stark vereinfacht dar. Es wird davon ausgegangen, dass der gebildete Kuchen aufgrund der inneren Scherfestigkeit als Block transportiert wird. Weiterhin ist die Transporteffizienz nicht bekannt und kaum aus experimentellen Daten ableitbar. Jedoch bietet die aufgelöste numerische Simulation des Feststofftransports in Dekantierzentrifugen die Möglichkeit, die Transporteffizienz abzuleiten. Reif [47] nutzt die Annahme der inneren Scherfestigkeit und leitet ein Modell zur Berechnung des Feststofftransports körniger Produkte im konischen Teil einer Dekantierzentrifuge her. Ausgehend von einer Kräftebilanz um ein Kuchenelement berechnet er die Einzelkomponenten der Geschwindigkeit für den Feststofftransport. Abbildung 2.5 zeigt die Schneckenabwicklung in der zylindrischen Trommel und die Geschwindigkeitskomponenten für den Transport eines inkompressiblen Kuchenelements mit homogener Feststoffkonzentration. Stahl [29] führt in Anlehnung an die mathematische Formulierung nach Records [46] den Vorschubgrad ein:

$$\zeta_{dek} = \frac{v_{ax,eff}}{v_{ax,th}} = \frac{v_{eff} \cos(\beta + \varphi_{sc})}{v_{th} \cos(\beta)}. \quad (2.38)$$

Der Vorschubgrad ist als das Verhältnis aus der effektiven Geschwindigkeit in axialer Richtung $v_{ax,eff}$ zum theoretischen Wert $v_{ax,th}$ definiert. Der Zusammenhang zwischen theoretischer und der effektiven Transportgeschwindigkeit ist über die Kosinus des Schneckensteigungswinkels und des Reibwinkels am Schneckenblatt β gegeben:

$$v_{th} = v_{eff} \cos(\varphi_{sc}). \quad (2.39)$$

Schneckenabwicklung in der zylindrischen Trommel

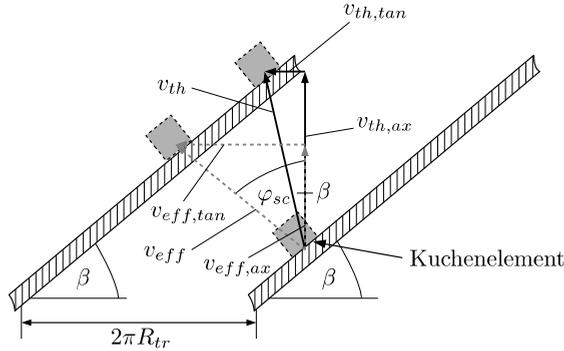


Abbildung 2.5: Geschwindigkeitsvektoren in Anlehnung an die mathematische Formulierung von Stahl [29] für den Schneckentransport eines inkompressiblen Kuchenelements.

Stahl [29] leitet unter Annahme einer isotropen Reibfläche den Reibwinkel

$$\varphi_{sc} = \arctan(\mu_{sc}), \quad (2.40)$$

aus dem Arkustangens des Reibwerts der Schnecke μ_{sc} her. Der Feststoffmassenstrom des transportfähigen Sediments

$$\dot{m}_{sed} = \rho_s \phi_s v_{ax,eff} A_{sed}, \quad (2.41)$$

berechnet sich aus der Feststoffdichte ρ_s , der Feststoffkonzentration des Sediments ϕ_{sed} , der effektiven Transportgeschwindigkeit in axialer Richtung $v_{ax,eff}$ und der Querschnittsfläche des Sediments A_{sed} . Im abgewickelten Schneckenkanal und einer eingängigen Schnecke ergibt sich die mittlere Querschnittsfläche eines Kuchenelements

$$A_{sed} = \bar{H}_s (B_k - \Delta s), \quad (2.42)$$

aus dem Produkt der mittleren Sedimenthöhe \bar{H}_s , der Ganghöhe B_k , der Schneckenblattdicke Δs und dem Schneckensteigungswinkel.

2.6.2 Transport pastöser Feststoffe

Neben grobdispersen Partikeln werden eine Vielzahl von feindispersen Suspensionen, wie mineralische Produkte, Schlämme aus der Abwasseraufbereitung, Produkte aus der Lebensmittelindustrie oder biotechnologischen Herstellung in Dekantierzentrifugen abgetrennt und mechanisch entfeuchtet. Die gebildeten Haufwerke zeichnen sich durch ihre pastöse Konsistenz aus. Als Grund sind die sehr feinen Poren des Haufwerks zu nennen. Beim Austrag des

Kuchens liegt das Haufwerk mit einer Sättigung von $S = 1$ vor. Wie auch inkompressible Haufwerke weisen kompressible, pastöse Haufwerke eine Fließgrenze auf. Erk [48] untersucht die Fließgrenze für flüssigkeitsgesättigte mineralische Produkte und beschreibt eine Abhängigkeit der auftretenden Fließgrenze vom wirkenden Feststoffgerüstdruck. Die Fließgrenze ergibt sich aus experimentellen Untersuchungen an einer modifizierten Jenike-Scherzelle im Bereich von $p_s = 1$ bis $p_s = 12$ bar. Der abgeleitete Ansatz für die Fließgrenze

$$\tau_f = a_1 \left(\frac{\phi - \phi_{gel}}{\phi_{max} - \phi} \right)^{b_1} + c_1 \cdot p_s(\phi), \quad (2.43)$$

als Funktion des Feststoffgerüstdrucks bedient sich drei empirischer Anpassungsgrößen a_1 , b_1 , und c_1 . Mladenchev et al. [49] nutzen ein umgebautes Ringschergerät zur Charakterisierung mineralischen Kalksteins. Dabei zeigt sich wie bereits von Erk [48] dargelegt, dass die Fließgrenze aufgrund Coulomb'scher Reibung im Haufwerk entsteht und vom angelegten Feststoffgerüstdruck abhängt. Mladenchev [49, 50] erweitert den Ansatz von Erk [48] um einen dritten Term, der die scherratenabhängige viskose Reibung beschreibt. Der modifizierte Ansatz der Schubspannung

$$\tau_{eff} = \tau_f(\phi, p_s) + k_1 \dot{\gamma}^{n_1}, \quad (2.44)$$

beruht auf der Annahme eines Herschel-Bulkley Fluids für das gebildete flüssigkeitsgesättigte Haufwerk. Hier sind $\dot{\gamma}$ die Scherrate, k_1 der Konsistenz-Parameter und n_1 der Fließindex. Der Fließindex wird für $n_1 = 1$ zum Bingham-Fluid, welches einen linearen Anstieg der Schubspannung mit Erhöhung des Schergradienten beschreibt. Für mineralische Produkte wie Kalkstein ergibt sich ein Fließindex $n_1 < 1$, siehe Mladenchev [50]. Neben der aufwendigen Charakterisierung der Fließeigenschaften kommt es je nach Prozessbedingungen und Materialverhalten des pastösen Materials zu Transportschwierigkeiten am Übergang vom zylindrischen in den konischen Teil einer Dekantierzentrifuge.

Hat sich transportfähiges Material gebildet, wird dieses in den konischen Teil der Maschine geschoben. Ist das Material nicht ausreichend verdichtet, wird die Fließgrenze überschritten und das Material beginnt entlang des Schneckenkanals zurückzufließen. Je nach Materialverhalten und Prozessbedingungen reicht das nicht transportfähige Sediment weit in den zylindrischen Teil der Dekantierzentrifuge und beeinflusst hier die Abscheidung, indem die Verweilzeit des Feststoffs zu gering für eine vollständige Klärung der Suspension ist. Karolis et al. [51, 45] beschreiben ein stationäres Modell zur Berechnung des in der Trommel aufgestauten Materials. Als Bilanzraum wird jeweils die Schneckengangbreite der Dekantierzentrifuge im konischen Teil angenommen und die Massenbilanz des Feststoffs

$$\dot{m}_{sc,0} = \dot{m}_{sc,1} - \dot{m}_{sp,1} - \dot{m}_{hel,1} + \dot{m}_{sp,0} + \dot{m}_{hel,0}, \quad (2.45)$$

berechnet. Hier sind $\dot{m}_{sc,0}$ der aus dem Gang transportfähige Massenstrom, $\dot{m}_{sc,1}$ der durch die Schnecke transportfähige Massenstrom des vorherigen Ganges, $\dot{m}_{sp,0}$ und $\dot{m}_{sp,1}$ die Massenströme, die durch den Schneckenspalt zwischen Trommel und Schneckenblatt zurückfließen sowie $\dot{m}_{hel,1}$ und $\dot{m}_{hel,0}$ die Massenströme, die entlang des Schneckenkanals zurückfließen. Karolis [51] leitet aus der Impulsbilanz unter Vereinfachung einer schleichenden, zähviskosen Strömung des Kuchenelements die Einzelgeschwindigkeiten im Spalt und im Schneckenkanal her. Durch Kombination mit den nicht-newtonschen Eigenschaften des Fluids unter Berücksichtigung eines Herschel-Bulkley Fluids werden die einzelnen Massenströme berechnet. Die Verknüpfung zwischen Prozessbedingungen und den Materialeigenschaften zur Ableitung des Feststofftransports in Dekantierzentrifugen ist bisher noch nicht erfolgt. Hier müssen die mathematischen Grundlagen erst noch abgeleitet werden.

Es sei hier zu erwähnen, dass Hammerich et al. [52] einen numerischen Algorithmus zur Berechnung der Separation und des Fließverhaltens in Röhrenzentrifugen mittels der Finiten-Volumen-Methode präsentieren. Dabei wird die Suspension als Mischphase beschrieben und die Impulserhaltung eines nicht-newtonschen Fluids mit der Transportgleichung der Feststoffkomponente verknüpft.

2.7 Bewertung der Trennaufgabe in Vollmantelzentrifugen

Die Bewertung des Separationsvorgangs und der Vergleich unterschiedlicher Zentrifugen stellt eine wichtige Aufgabe dar. Hier kennzeichnen unterschiedliche Kenngrößen die Trenneffizienz. Der Gesamtabscheidegrad

$$E = \frac{m_{s, sed}}{m_{s, ein}}, \quad (2.46)$$

beschreibt den Gesamt mengenanteil an abgeschiedenem Feststoff $m_{s, sed}$ bezogen auf die am Zulauf einströmende Gesamtmenge $m_{s, ein}$. Der Produktverlust

$$P = 1 - E, \quad (2.47)$$

ergibt sich wiederum aus dem Gesamtabscheidegrad, siehe Löffler et al. [53]. Eine weitere Größe zur Beurteilung der Abscheidung ist der Fraktionsabscheidegrad oder auch Trenngrad. Dieser ist ein Maß, um die Güte der Klassierung einer jeden Partikelgrößenklasse im System zu bewerten. Der Trenngrad

$$T(x) = \frac{E \cdot q_{3, sed}(x)}{q_{3, ein}(x)}, \quad (2.48)$$

berechnet sich aus dem Verhältnis von abgetrenntem Mengenanteil $E \cdot q_{3, sed}(x)$ jeder Partikelgrößenklasse zum Mengenanteil des Aufgabeguts $q_{3, ein}(x)$. Laut Konrath [54] ist es für Separationsprozesse zielführend, die Partikelgrößenverteilung als Dichtefunktion anzugeben. Hier wird die Verteilung mittels einer Sedimentationsanalyse ermittelt und in eine Dichtefunktion umgerechnet. Neben der Bewertung der Abscheidung wird der Füllgrad

$$U = \frac{V_{sed}}{V_{ges}}, \quad (2.49)$$

der Zentrifuge als Kenngröße eingesetzt. Der Füllgrad wird auf das Gesamtvolumen einer Zentrifuge bezogen und beschreibt den Anteil des Volumens, der nicht mehr für die Separation in der Maschine zur Verfügung steht.

3 Material und Methoden

Dieses Kapitel stellt die verwendeten Materialien und Labor-Apparate zur Ableitung der trenntechnischen Materialfunktionen dar. An dieser Stelle sei erwähnt, dass die experimentelle Charakterisierung von Suspensionen einen wesentlichen Bestandteil bei der Auslegung von Vollmantelzentrifugen mittels des dynamischen Modells darstellt. In dieser Arbeit kommen unterschiedliche Partikelsysteme, beispielsweise gemahlener Kalkstein oder PVC, zum Einsatz. Für feindisperse Produkte werden die Partikelgrößenverteilung, das Sedimentationsverhalten, der Gelpunkt und das Kompressionsverhalten des Haufwerks untersucht. Die Analyse erfolgt ausgehend von unterschiedlichen Zentrifugen im Labormaßstab. Nachfolgend werden die einzelnen Apparate und die Produkte vorgestellt.

3.1 Labor-Apparate

3.1.1 Scheibenzentrifuge

Die Partikelgrößenverteilung des Ausgangsprodukts stellt einen wichtigen Eingabeparameter der dynamischen Simulation dar und wird mittels einer CPS-Scheibenzentrifuge DC24000 ermittelt. Diese Messmethode basiert auf der Sedimentation von Partikeln in einer stark verdünnten Suspension. Abbildung 3.1 stellt den Aufbau der Analysezentrifuge DC24000 dar. Die Hauptkomponenten der Scheibenzentrifuge sind eine rotierende Scheibe, ein in der Mitte angeordneter Stutzen zur Aufgabe der Suspension sowie Lichtquelle und Detektor. Vor der eigentlichen Messung wird ein Dichtegradient mittels zweier Zuckerlösungen mit einer Massenkonzentration von 8 Ma.-% und 24 Ma.-% angesetzt. Das Aufbringen des Dichtegradienten führt zu einer Stabilisierung der Sedimentation durch Reduktion von Konvektionsströmungen in der rotierenden Scheibe. Der Laser ist an der Außenseite der rotierenden Scheibe angeordnet und der gegenüberliegende Detektor misst die Intensität des vom Laser ausgestrahlten monochromatischen Lichts bei einer Wellenlänge von $\lambda = 470 \text{ nm}$. Die maximal einstellbare Drehzahl der Analysezentrifuge beträgt $n = 24000 \text{ min}^{-1}$. Das Messprinzip erlaubt die Messung in einem Partikelgrößenbereich von $x = 10 \text{ nm}$ bis $x = 30 \text{ }\mu\text{m}$. Dabei sedimentieren grobe Partikel sehr schnell im Zentrifugalfeld und werden schon nach kurzer Zeit detektiert. Kleine Partikel sedimentieren langsamer und deren Lichtschwächung wird zu einem späteren Zeitpunkt aufgezeichnet. Entsprechend der Sedimentationszeit und der Mie-Theorie zur Lichtstreuung wird auf die Partikelgrößenverteilung zurückgerechnet.



Abbildung 3.1: Totalansicht der CPS-Scheibenzentrifuge DC24000.

Das Probenvolumen zur Messung der Partikelgrößenverteilung beträgt $V = 0,1$ ml. Die Partikelgröße berechnet sich aus der Gleichung für die Stokessche Sinkgeschwindigkeit:

$$x = \sqrt{\frac{18 \cdot \eta_l}{(\rho_s - \rho_l) t_{sed}} \cdot \ln\left(\frac{R_l}{R_0}\right)}. \quad (3.1)$$

Hier ist t_{sed} die Zeit bis zur Detektion eines Partikels mit der Größe x , R_0 die radiale Position der Aufgabe und R_l die radiale Position des Detektors. Eine Partikelgrößenverteilung ergibt sich demzufolge aus der Detektion des zeitlichen Verlaufs der Intensität und der Berechnung der jeweiligen Partikelgröße zum Zeitpunkt t_{sed} . Bei der Einstellung des Dichtegradienten kommt es bei der Einwaage und dem Einspritzen der Zuckerlösungen zu Ungenauigkeiten. Um trotzdem mit einer ausreichenden Messgenauigkeit arbeiten zu können, wird mittels eines Kalibrierstandard bekannter Partikelgröße eine Kalibriermessung durchgeführt. Dies ermöglicht die Berechnung der Stoffeigenschaften der Zuckerlösung und die Genauigkeit des Messverfahrens erhöht sich dadurch deutlich. Nach Ende der Messung wird die auf die Lichtschwächung bezogene Partikelgrößenverteilung in eine Dichteverteilung durch die vorhandene Software umgerechnet.

3.1.2 Analysezentrifuge LUMiSizer

Der Einfluss der Feststoffkonzentration auf das Sedimentationsverhalten wird mittels dem LUMiSizer, einer Analysezentrifuge der LUM GmbH, untersucht [55]. Die linke Seite in Abbildung 3.2 zeigt die Totalansicht des LUMiSizers. Die Hauptkomponenten sind eine rotierende Scheibe, eine Lichtquelle und der Detektor. Im Gegensatz zur Scheibenzentrifuge, bei der die Probe in den Verfahrensraum gespritzt wird, kommen beim LUMiSizer verschiedene Küvettenysteme zum Einsatz. Dabei wird je nach Küvetten-Typ ein definiertes Probenvolumen vorgelegt.

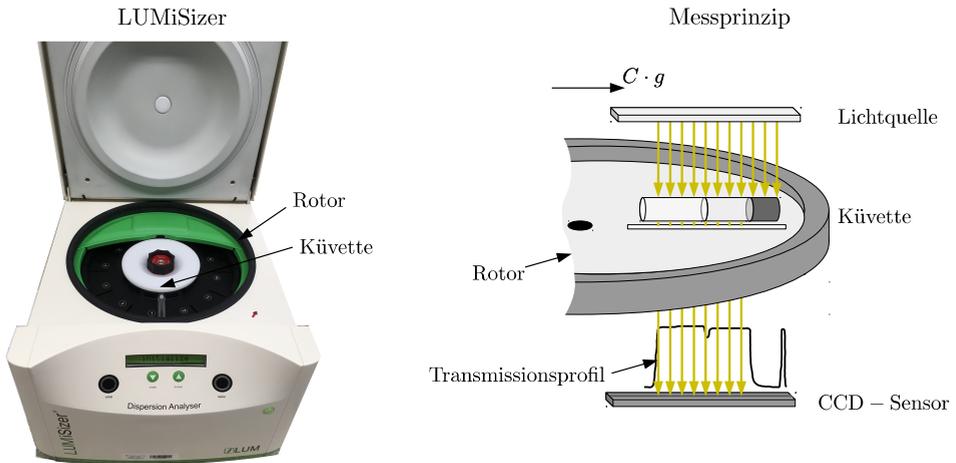


Abbildung 3.2: Totalansicht der Analysezentrifuge LUMiSizer (links) und schematische Darstellung des Messprinzips nach Lerche et al. [55] (rechts).

Der Messaufbau erlaubt die Analyse von zwölf Proben während eines Versuchs. Die maximale Zentrifugalbeschleunigung am Boden der Kuvette beträgt $Z = 2320 g$, was wiederum einer Drehzahl von $n = 4000 \text{ min}^{-1}$ entspricht. Die Zentrifuge erlaubt neben der Analyse bei konstanter Drehzahl auch die Einstellung von zeitlichen Drehzahlverläufen. Versuche bei konstanter Drehzahl werden in den meisten Fällen für die Analyse des Sedimentationsverhaltens durchgeführt. Hierbei werden die Kuvetten befüllt und anschließend in die Probehaltung eingespannt. Die Scheibe mit den einzelnen Proben beginnt zu rotieren und die schwere Phase, welche in den meisten Fällen der Feststoff darstellt, sedimentiert nach außen in Richtung des Kuvettenbodens. Während des Experiments findet die Anreicherung des Feststoffs am Boden der Kuvette statt und die Trübung der Probe reduziert sich vom Meniskus in Richtung Kuvettenboden.

Auf der rechten Seite in Abbildung 3.2 ist schematisch das Messprinzip der Analysezentrifuge LUMiSizer dargestellt. Die Lichtquelle bestrahlt die Probe entlang der Länge mit monochromatischem Licht bei zwei Wellenlängen $\lambda = 470 \text{ nm}$ und 860 nm über den gesamten Versuchszeitraum. Dabei wird die Änderung des transmittierten Lichts zeitlich aufgezeichnet und in eine Sinkgeschwindigkeit umgerechnet. Es sei zu erwähnen, dass es bei der Sedimentation von Feststoff in einer Flüssigkeit zu zwei charakteristischen Verläufen in der Analysezentrifuge kommen kann. Die Zonensedimentation zeichnet sich durch eine sprunghafte Änderung der zeitlichen Transmissionsprofile am Übergang zwischen geklärter Flüssigkeit und der Suspension aus. Bei der Schwarmsedimentation ist die gegenseitige Behinderung der Partikel in der Kuvette nicht so stark ausgeprägt und es bildet sich kein Trennspiegel

aus. Vielmehr verändert sich die Transmission für einen konstanten Zeitpunkt nicht an einer definierten Position, sondern entlang der radialen Position der Küvette [56]. Die Aufprägung einer Drehzahlrampe wird in den meisten Fällen zur Untersuchung der Haufwerkskompression eingesetzt [35]. Dabei zeichnet sich der LUMiSizer durch die Charakterisierung der Probe bei geringen Zentrifugaldrücken im Bereich von bis zu $p_s = 50$ kPa aus. Da der Zentrifugaldruck des gebildeten Haufwerks von der Drehzahl abhängt, wird der Versuch bei geringen Drücken gestartet und nach Erreichen einer konstanten Sedimenthöhe die nächste Drehzahl gefahren. Dies erlaubt es, eine definierte Anzahl an Messpunkten anzufahren und so die experimentelle Datenbasis auch für geringere Drücke, bei denen die CP-Zelle oder andere Zentrifugen nur unzureichend genaue Werte liefern, zu analysieren. Einen Nachteil bei der Analyse der Sedimentation und des Sedimentaufbaus stellen die kleinen Abmessungen der Küvette dar. So wurden für die Analysen des Sedimentationsverhaltens PC-Küvetten des Typs 2 verwendet, die eine Breite von $x = 8$ mm und eine Tiefe von $y = 2$ mm aufweisen. Für die Untersuchung des Kompressionswiderstands wurden PC-Küvetten des Typs 6 verwendet. Hier sind die Abmessungen der Küvette $x = 8$ mm und $y = 10$ mm und Wandeffekte sind somit für beide Küvetten-Typen nicht auszuschließen.

3.1.3 Hermle Kühlzentrifuge

Neben dem Sedimentationsverhalten stellt der Sedimentaufbau einen wichtigen Parameter bei der Auslegung von Zentrifugen dar. So zeigt das Haufwerk je nach Partikelsystem, Partikelgröße und interpartikulären Wechselwirkungen inkompressibles oder kompressibles Verhalten. An dieser Stelle bedient man sich der experimentellen Analyse des Sedimentaufbaus ausgehend von Versuchen mit Laborzentrifugen. Aus Abbildung 3.3 geht die Totalansicht der zur experimentellen Ermittlung des Kompressionswiderstand verwendeten Becherzentrifuge sowie die verwendeten Bechersysteme hervor. Die wesentlichen Vorteile der Hermle-Kühlzentrifuge sind einerseits die maximale Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 5000$ g und andererseits der Einsatz unterschiedlicher Bechersysteme. Die rechte Seite in Abbildung 3.3 zeigt die zwei verwendeten Bechersysteme der Laborzentrifuge. Während das Bechersystem in Kombination mit den Zentrifugenröhrchen für die Messung des Feststoffgerüstdrucks unter Variation der Zentrifugalbeschleunigung zum Einsatz kamen, wurde das linke Bechersystem in Kombination mit einer Schneidapparatur zur Analyse der lokalen Porosität des Kuchens eingesetzt. Es stehen jedoch auch andere Bechersysteme zur Verfügung, die eine Analyse der Fließgrenze des gebildeten Kuchens erlauben, siehe hierzu Erk [48]. Einen Nachteil zu anderen Messmethoden wie dem LUMiSizer oder der CP-Zelle stellt wiederum die aufwendige Versuchsdurchführung dar. So findet im Vergleich zu beiden Analysemethoden keine automatisierte Aufzeichnung der Kuchenhöhe statt.



Abbildung 3.3: Links: Totalansicht der Hermle-Kühlzentrifuge. Rechts: Überblick der für die Messungen eingesetzten Bechersysteme.

Dadurch muss der Kuchen nach eingestellter Zeit ausgebaut, manuell vermessen und anschließend wieder eingebaut werden. Falls keine Änderung der Kuchenhöhe auftritt, befindet sich der Kuchen im Gleichgewicht und der wirkende Zentrifugaldruck entspricht dem Feststoffgerüstdruck. Anschließend wird der Versuch für eine höhere Drehzahl durchgeführt und die gleiche Versuchsprozedur gefahren. Aus dem experimentellen Ergebnis leitet sich die trenntechnische Materialfunktion des Kompressionswiderstands als Funktion der Feststoffkonzentration ab.

3.2 Dekantierzentrifugen

Zur Validierung der entwickelten dynamischen Modelle wurden Simulationen und Experimente an unterschiedlichen Dekantierzentrifugen, sowohl im Labor- als auch im Pilotmaßstab durchgeführt. Die untersuchten Maschinen arbeiten im Gegenstrom-Prinzip. Es handelt sich um eine Labor-Dekantierzentrifuge und eine Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab. Tabelle 3.1 fasst die Kenngrößen der untersuchten Maschinen zusammen. Die zylindrisch-konische Trommel der Labor-Dekantierzentrifuge hat einen Trommeldurchmesser von $d_{tr} = 80$ mm und einem Konuswinkel von $\alpha = 7^\circ$.

Tabelle 3.1: Kenngrößen der untersuchten Dekantierzentrifugen.

Geometrieparameter	Einheit	Labormaßstab	Pilotmaßstab
Trommeldurchmesser	mm	80	280
Wehrdurchmesser	mm	56 - 68	210
Länge Trommel	mm	210	980
Konuswinkel	°	7	10
Schneckensteigung	mm	25	125

Die Maschine erreicht bezogen auf den Radius der Trommelinnenwand eine maximale Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 3600g$. Dies entspricht einer maximalen Drehzahl von $n = 10.000 \text{ min}^{-1}$. Durch vier Wehrscheiben ist es möglich unterschiedliche Teichtiefen und damit Verweilzeiten in der Zentrifuge bei konstantem Volumenstrom einzustellen. Der minimale Durchmesser des Wehrs beträgt $d_w = 56 \text{ mm}$ und der maximale Durchmesser $d_w = 68 \text{ mm}$. Die weiteren Abstufungen erfolgen jeweils in Abständen von $\Delta d = 4 \text{ mm}$. Weiterhin lassen sich Volumenströme im Bereich von $\dot{V} = 10 \text{ l/h}$ bis $\dot{V} = 100 \text{ l/h}$ realisieren. Bei der zweiten Maschine handelt es sich um eine Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab mit deutlich größeren Abmessungen. Die Maschine hat einen Trommeldurchmesser von $d_{tr} = 280 \text{ mm}$ und eine Wehreinstellung von $d_w = 210 \text{ mm}$. Der maximal einstellbare Volumenstrom beträgt $\dot{V} = 1000 \text{ l/h}$.

3.3 Partikelsysteme

3.3.1 Kalkstein

Zur Validierung des dynamischen Modells kam neben feindispersen Polyvinylchlorid das mineralische Produkt Kalkstein in unterschiedlichen Korngrößen zum Einsatz. Bei dem verwendeten Kalkstein handelt es sich um ein gemahlenes Kalkmehl, welches mittels Fraktionierung auf die gewünschte Partikelgrößenverteilung gebracht wurde. Die Dichte des Kalkmehls beträgt $\rho_s = 2700 \text{ kg/m}^3$. Abbildung 3.4 stellt die Partikelgrößenverteilung der untersuchten Fraktionen dar. Die Produkte weisen eine mittlere Partikelgröße im Bereich zwischen $x_{50,3} = 0,65 \mu\text{m}$ und $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$ auf. Dabei hat das Kalkstein eine für den Mahlvorgang typische zerklüftete Gestalt und weicht daher von der Kugelform ab.

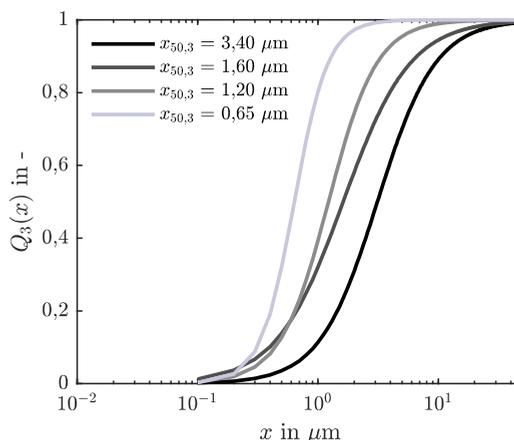


Abbildung 3.4: Partikelgrößenverteilungen der untersuchten Kalkstein-Wasser Suspensionen.

Neben den vorhandenen Primärpartikeln weist das Produkt auch einzelne kleinere Agglomerate auf. Durch Dispergieren der Ausgangsprobe werden die Agglomerate zerstört, sodass die Primärpartikelgröße vorliegt.

3.3.2 Polyvinylchlorid

Das Produkt Polyvinylchlorid (PVC) ist ein thermoplastisches Polymer und wird mittels der Emulsionspolymerisation aus dem Monomer Vinylchlorid hergestellt. Das feinkörnige PVC kommt bei Rotationsgießverfahren, Streichverfahren oder Tauchbädern als Beschichtung zum Einsatz. Abbildung 3.5 stellt die Partikelgrößenverteilung und REM-Aufnahmen des PVC P70 im stabilisierten Zustand dar. Das Produkt zeichnet sich durch seine annähernd kugelförmige Form und eine enge Partikelgrößenverteilung aus. Die Partikelgrößenverteilung wurde mittels der CPS-Scheibenzentrifuge ermittelt. Die mittlere Partikelgröße beträgt $x_{50,3} = 2,0 \mu\text{m}$.

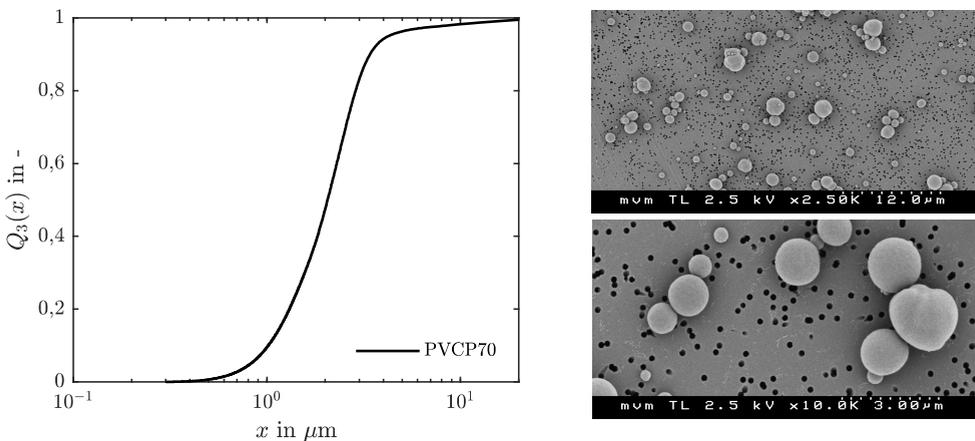


Abbildung 3.5: Partikelgrößenverteilung des Produkts PVC P70 (links) und REM-Aufnahmen unterschiedlichen Maßstabs (rechts) des aus der Emulsionspolymerisation hergestellten PVC P70.

Das linke Diagramm in Abbildung 3.5 stellt die gemessene Partikelgrößenverteilung des Produkts PVC P70 dar. Das PVC hat eine hydrophobe Oberfläche und eine Dispergierung in Wasser ist nicht ohne weiteres möglich. Die Veränderung der Oberflächeneigenschaften hin zu hydrophilen Partikeln lässt sich entweder durch die Zugabe von Natriumpyrophosphat oder nichtionischer Tenside wie Triton X-100 realisieren. Am iso-elektrischen Punkt weist das Produkt einen pH-Wert von $pH = 2,4$ auf. Die im späteren Verlauf gezeigten Versuche wurden für einen pH-Wert von $pH = 9$ bis $pH = 12$ durchgeführt. Hier liegt das Zeta-Potential im Bereich von $\zeta = -60 \text{ mV}$ bis $\zeta = -80 \text{ mV}$. Die Feststoffdichte des PVC beträgt $\rho_s = 1400 \text{ kg/m}^3$.

4 Charakterisierung der trenntechnischen Materialeigenschaften

Die Sedimentation, der Gelpunkt und der Sedimentaufbau sind materialspezifische Größen, die von der Partikelgröße, der Partikelform oder den interpartikulären Wechselwirkungen abhängen. Suspensionen liegen während des Separationsvorgangs in unterschiedlicher Form vor. Diese reicht von einer stark verdünnten Suspension bis hin zu einem kompakten, flüssigkeitsgesättigten Haufwerk. Eine falsche Wahl von Modellen für die trenntechnischen Materialeigenschaften führt zu deutlichen Abweichungen beim Vergleich von Simulationen und Experimenten. Die trenntechnischen Materialeigenschaften der Sedimentation und der Haufwerksbildung werden experimentell untersucht und darauf aufbauend ein dynamisches Modell für die Simulation der diskontinuierlichen Zentrifugation in einer Becherzentrifuge in Echtzeit hergeleitet.

4.1 Stand der Technik

Die Charakterisierung des Separationsvorgangs während der Zentrifugation stellt eine vielseitige Aufgabe dar. In den meisten Arbeiten werden die trenntechnischen Materialeigenschaften experimentell analysiert und diese Daten später für die mathematische Modellierung der diskontinuierlichen Zentrifugation angewendet. Die Ansätze zur Beschreibung des Separationsvorgangs beschränken sich dabei meist auf zwei Phasen, den Feststoff und die Flüssigkeit und basieren auf der Kynch-Theorie. Kynch [13] formuliert ausgehend der Massenerhaltung für die Feststoff- und Flüssigphase unter Einwirkung einer externen Feldkraft ein mathematisches Modell zur Berechnung des Separationsvorgangs. Dabei kommt es am Übergang zwischen Suspension und Sediment infolge der sprunghaften Änderung des Materialverhaltens zu kinematischen Wellen bei der Berechnung des Sedimentaufbaus.

Sambuichi et al. [38] charakterisieren das Sedimentationsverhalten für Kaolin, Kalkstein und Hefe durch Versuche im Erdschwerefeld. Aus den gewonnenen Daten leitet sich eine Materialfunktion für die Sinkgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Feststoffkonzentration her. Der Einfluss des Materialverhaltens wird anschließend in der Modellierung des Separationsvorgangs berücksichtigt. Es wird von einer homogenen Suspension, in der keine

Segregation durch partikelgrößenabhängige Sedimentation auftritt, ausgegangen. Die mathematische Formulierung erfolgt durch das Formulieren einer differentiellen Bilanz um ein Volumenelement konstanter Feststoffkonzentration sowohl für die Sedimentation als auch für die Kompression des Haufwerks.

Bürger et al. [37], Garrido et al. [41] und Stickland et al. [40] erweitern die Kynch-Theorie auf den Separationsprozess geflockter Systeme bei der diskontinuierlichen Zentrifugation. Dabei leiten sie mathematische Modelle ebenfalls aus einer differentiellen Bilanz um ein Volumenelement für die Feststoffphase während der Sedimentation her. Im Gegensatz zu Sambuichi et al. [38] werden die hydrodynamischen Wechselwirkungen durch die Flussdichtefunktion nach Kynch beschrieben. Für den Übergang zwischen Suspension und Sediment wird der Gelpunkt als weiterer materialspezifischer Parameter eingeführt.

Infolge der vielfältigen Einflussfaktoren auf den Separationsprozess beschäftigen sich eine Vielzahl von Autoren mit der Entwicklung von Messtechnik zur experimentellen Analyse der trenntechnischen Vorgänge. Bickert [4] und Beiser [8] entwickelten eine Manometer-Zentrifuge zur Untersuchung des Sedimentationsverhaltens polydispenser Suspensionen. Das Manometerverfahren erfasst die zeitliche Änderung des hydrostatischen Drucks in der Suspension und rechnet auf eine Sinkgeschwindigkeit der Partikel zurück. Es zeigt sich, dass sowohl die Zentrifugalbeschleunigung als auch die Feststoffkonzentration einen erheblichen Einfluss auf das Sedimentationsverhalten aufweisen. Der Übergang von Schwarm- zu Zonensedimentation hängt nicht nur vom Partikelsystem, sondern auch von den Prozessbedingungen ab. Ettmayr et al. [9] stellen fest, dass eine Verschiebung dieses Übergangs in Richtung höherer Feststoffkonzentration mit Steigerung der Zentrifugalbeschleunigung erfolgt.

Lerche et al. [55, 56] entwickelten ein weiteres Messverfahren zur Charakterisierung des Separationsverhaltens konzentrierter Suspensionen ausgehend der zeitlichen Änderung der Transmission einer mit monochromatischem Licht bestrahlten Küvette. Während der Messung wird die Intensität der Lichtschwächung der untersuchten Suspension im Erdschwerefeld oder Zentrifugalfeld zeitlich erfasst. Die Sinkgeschwindigkeit berechnet sich anschließend aus der zeitlichen Änderung der Transmissionsprofile und der jeweiligen radialen Position. Die Analyse des Kompressionsverhaltens einer destabilisierten Suspension ist eine weitere wichtige trenntechnische Materialfunktion und muss in den meisten Fällen experimentell charakterisiert werden. Sambuichi et al. [38] untersuchten das Kompressionsverhalten durch Gleichgewichtsmessungen im Zentrifugalfeld. Aus den gemessenen Kuchenhöhen und Feststoffkonzentrationen wird der mittlere Feststoffgerüstdruck und die mittlere Porosität des Haufwerks für den Gleichgewichtszustand abgeleitet. Green et al. [33] und Usher et al. [35] leiten aus Gleichgewichtsversuchen den Feststoffgerüstdruck am Boden des untersuchten flüssigkeitsgesättigten Haufwerks ab und definieren diesen Wert als die Normalspannung im

Haufwerk bei maximaler Feststoffkonzentration. Hier wird der Verlauf der Porosität über die Sedimenthöhe mittels einer Anpassungsfunktion angenommen und anschließend der Porositätsverlauf im Haufwerk berechnet. Reinach [57] beschreibt wiederum, dass der exakte Verlauf der Porosität über die Sedimenthöhe nur durch die Analyse einzelner Kuchenschichten möglich ist. Dabei handelt es sich um eine sehr aufwendige, aber exakte Messmethode. Die Schnitte der Porosität geben für die untersuchte Probe den Verlauf der Porosität als Funktion der Höhe wieder.

Wie diskutiert, beschäftigen sich eine Vielzahl von Autoren mit der mathematischen Modellierung des Separationsvorgangs in diskontinuierlichen Zentrifugen und der experimentellen Charakterisierung der trenntechnischen Materialfunktionen. Dabei beschränken sich die mathematischen Modelle für die diskontinuierliche Zentrifugation auf zeitintensive Berechnungsmethoden. Ziel dieses Kapitels ist es, die trenntechnischen Materialfunktionen aus Versuchen an Labor-Apparaten abzuleiten. Weiterhin zeigt das Kapitel die dynamische Modellierung ausgehend von einer Becherzentrifuge. Das entwickelte dynamische Modell erlaubt zeitaufgelöste Simulationen in Echtzeit und dient im späteren Verlauf als Grundlage für die weitere dynamische Modellierung von Röhren- und Dekantierzentrifugen.

4.2 Sedimentationsverhalten feindisperser Suspensionen

Das Sedimentationsverhalten der dispersen Phase hat einen entscheidenden Einfluss auf die Abscheideeffizienz in Vollmantelzentrifugen. Ist die Verweilzeit der Partikel zu gering, kommt es zum Austrag einer nicht vollständig geklärten Suspension am Überlauf. Der Ansatz von Richardson und Zaki [10] ist eines der meist angewendeten Modelle bei der Auslegung von Vollmantelzentrifugen. Dabei zeigt sich für monodisperse Partikelsysteme eine gute Übereinstimmung von Berechnung und Experiment. Für polydisperser und kolloidale Partikelsysteme hingegen kommt es zu erheblichen Abweichungen bei der Vorhersage des Separationsvorgangs. Die Gründe hierfür liegen in der Veränderung der hydrodynamischen Wechselwirkungen für polydisperse Systeme und dem steigenden Einfluss der interpartikulären Wechselwirkungen in kolloidalen Suspensionen. Für polydisperse Systeme finden Umlagerungseffekte während der Sedimentation statt. Grobe Partikel sedimentieren schneller und die kleineren können sich in deren Windschatten mit erhöhter Sinkgeschwindigkeit mitbewegen. Bei kolloidalen Systemen führt die Ausbildung einer Hydrathülle zur Veränderung des Partikeldurchmessers. Beide physikalischen Vorgänge werden nur unzureichend durch Modelle aus der Literatur abgebildet. Aus diesem Grund bedient man sich der experimentellen Charakterisierung des Separationsverhaltens in diskontinuierlichen Analysezentrifugen, wie dem LUMiSizer. Die Grundlage hierfür bildet die von Detloff et al. [56] entwickelte STEP-Technologie.

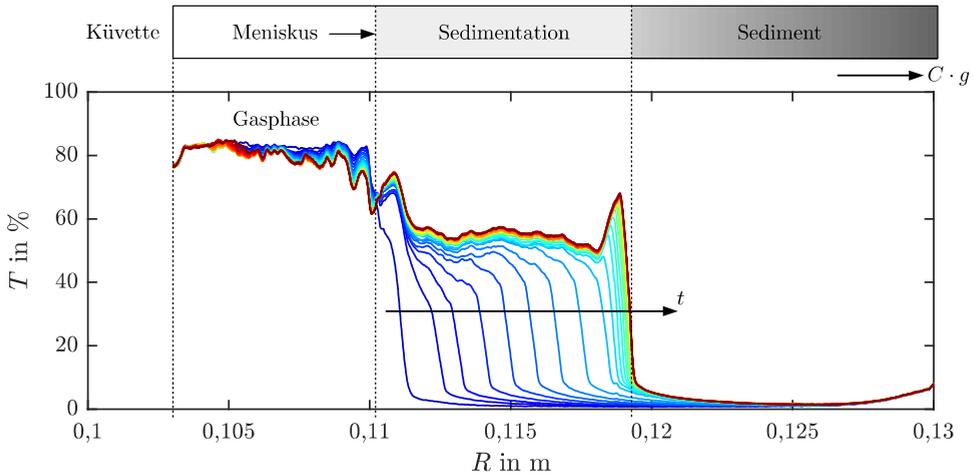


Abbildung 4.1: Änderung der Transmission entlang der radialen Küvettenposition in der Analysezentrifuge LUMiSizer für eine Kalkstein-Wasser Suspension mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$ und einem Feststoffvolumenanteil der Ausgangssuspension von $\phi_0 = 18 \text{ Vol.-%}$.

STEP steht hier für die Aufzeichnung von zeit- und orts aufgelösten Extinktionsprofilen. Abbildung 4.1 stellt exemplarisch die Änderung der Transmission einer Kalkstein-Wasser Suspension entlang der radialen Koordinate während der Zentrifugation dar. Der Feststoffvolumenanteil der Ausgangssuspension beträgt $\phi = 18 \text{ Vol.-%}$ und der Versuch wurde bei einer Drehzahl von $n = 1500 \text{ min}^{-1}$ durchgeführt.

Die Ausbildung einer annähernd sprunghaften Änderung der Transmissionsprofile deutet auf einen erhöhten Impulsaustausch zwischen Feststoff und Flüssigkeit hin und führt zur Ausbildung von Zonensedimentation. Kommt es hingegen zu Veränderung der Transmissionsprofile über die gesamte Länge der Küvette während der Sedimentation, findet keine einheitliche Sedimentation statt. In diesem Fall spricht man von Schwarmsedimentation unter Ausbildung einer Sinkgeschwindigkeitsverteilung der dispersen Phase.

Für die in Abbildung 4.1 gezeigte Probe können drei charakteristische Bereiche abgeleitet werden. Die Innenseite der Küvette bis zu einer radialen Position von $R = 0,11 \text{ m}$ ist mit Luft gefüllt und es findet kaum Lichtschwächung statt. Durch die wirkende Zentrifugalkraft bildet sich ein Meniskus aus. Die Trübung der Probe führt hier zu einer sprunghaften Änderung der Transmission. Am Boden der Küvette kommt es zur Anreicherung von Feststoff unter Ausbildung eines flüssigkeitsgesättigten Haufwerks. Der Übergang zwischen Sedimentation und Sediment weist eine sprunghafte Änderung der Transmission für $R = 0,119 \text{ m}$ auf.

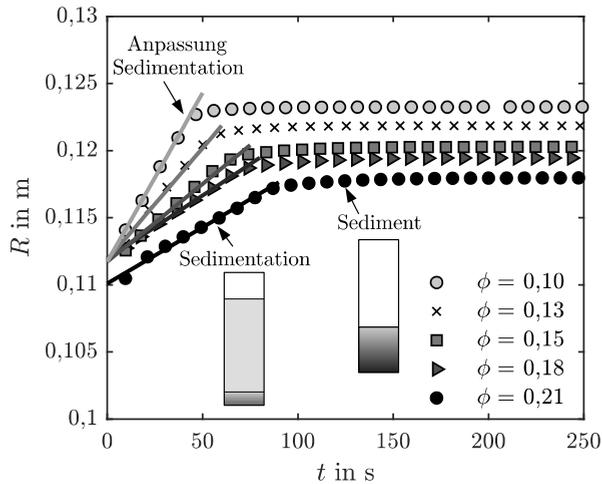


Abbildung 4.2: Zeitlicher Verlauf des Trennspiegels für eine Kalkstein-Wasser Suspension mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$ unter Variation des Feststoffvolumenanteils der Ausgangssuspension.

Die Ableitung der trenntechnischen Materialfunktion für das Sedimentationsverhalten erfolgt durch die Auswertung des zeitlichen Verlaufs der gezeigten Transmissionsprofile. Dabei werden die gemessenen Transmissionsprofile als Verlauf des Trennspiegels für den jeweiligen Zeitschritt umgewandelt.

Abbildung 4.2 stellt den Vergleich der Änderung des Trennspiegels über die Zeit für die Kalkstein-Wasser Suspension mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$ für Ausgangskonzentrationen von $\phi = 0,10, 0,13, 0,15, 0,18$ und $0,21$ dar. Die im LUMiSizer gemessene Trennspiegelsinkgeschwindigkeit unterteilt sich dabei in zwei Bereiche. Der lineare Anstieg entlang der radialen Koordinate stellt die Sedimentation dar und deutet auf die Ausbildung von Zonensedimentation hin. Ist die Suspension vollständig abgeschieden, ergibt sich ein horizontaler Verlauf des Trennspiegels. Hier ist die Probe vollständig sedimentiert und das Haufwerk befindet sich im Gleichgewichtszustand. Die hier gezeigte destabilisierte Kalkstein-Wasser Suspension weist ein kompressibles Verhalten auf. Dies zeigt sich durch den nicht linearen Abfall am Übergang zwischen Sedimentation und Sediment. Es kommt zu einer Konsolidierung des Haufwerks bis der Gleichgewichtszustand erreicht wurde. Dieser Vorgang ist hier für hohe Feststoffvolumenanteile deutlich stärker ausgeprägt als für geringe Feststoffvolumenanteile. Die Steigung $\Delta R/\Delta t$ ist hier äquivalent der Sinkgeschwindigkeit des Trennspiegels. Dabei verringert sich die Steigung und somit die Trennspiegelsinkgeschwindigkeit mit Ansteigen der Feststoffkonzentration. Als Ursache lässt sich der Einfluss der hydrodynamischen Wechselwirkungen während der Sedimentation nennen.

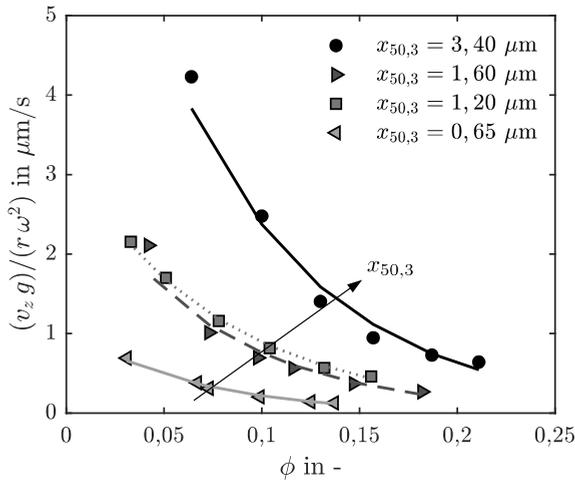


Abbildung 4.3: Einfluss des Feststoffvolumenanteils auf die bezogene Sinkgeschwindigkeit für Kalkstein-Wasser Suspensionen unterschiedlicher Partikelgröße.

Im weiteren Verlauf wird das Sedimentationsverhalten der in Abschnitt 3.3.1 dargestellten Kalkstein-Wasser Suspensionen beschrieben. Aufgrund der deutlichen Unterschiede der Partikelgrößenverteilungen der vier Produkte wurden die Versuche bei unterschiedlichen Drehzahlen durchgeführt. Für den Vergleich einzelner Drehzahlen wird deshalb die bezogene Sinkgeschwindigkeit $(v_z g)/(r \omega^2)$ eingeführt. Dabei wird die gemessene Trennspiegelsinkgeschwindigkeit auf den Zentrifugalwert unter Einbeziehung einer radialen Position von $R = 0,115$ m bezogen und somit der Einfluss des vorhandenen Zentrifugalbeschleunigung herausgerechnet. Abbildung 4.3 zeigt die bezogene Sinkgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Feststoffvolumenanteils für die vier untersuchten Kalkstein-Wasser Suspensionen mit unterschiedlicher Partikelgröße. Die Betrachtung der Ergebnisse lässt zwei Rückschlüsse zu. Neben dem bereits beschriebenen Einfluss des Feststoffvolumenanteils auf das Sedimentationsverhalten, hat die Partikelgrößenverteilung der Suspension einen erheblichen Einfluss. So verschiebt sich die bezogene Sinkgeschwindigkeit mit der Verringerung der Partikelgröße hin zu kleineren Werten. Dies deckt sich mit der Theorie, bedenkt man, dass im Stokes-Bereich $v_z \sim x^2$ gilt. Weiterhin lässt sich feststellen, dass die Unterschiede der bezogenen Sinkgeschwindigkeit für die Kalkstein-Wasser Suspensionen mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 1,2 \mu\text{m}$ und $x_{50,3} = 1,6 \mu\text{m}$ sehr gering ausfallen. Ein möglicher Grund findet sich hier in der deutlichen Überschneidung des Feingutanteils beider Suspensionen. Zum Vergleich der Partikelgrößenverteilungen sei auf Abbildung 3.4 verwiesen.

4.3 Kompressionsverhalten flüssigkeitsgesättigter Haufwerke

In Vollmantelzentrifugen bildet sich infolge des Separationsvorgangs ein flüssigkeitsgesättigtes Haufwerk aus. Am Übergang zwischen Sedimentation und Sedimentaufbau kommt es zu einer sprunghaften Änderung des Materialverhaltens. In den nachfolgenden Abschnitten wird auf die experimentelle Charakterisierung des Gelpunkts und die Kompressibilität der gebildeten Haufwerke näher eingegangen und aus den gemessenen Verläufen die trenntechnischen Materialfunktionen abgeleitet.

4.3.1 Gelpunkt

Der Übergang zwischen Sedimentation und Haufwerksbildung zeichnet sich durch eine sprunghafte Änderung des Materialverhaltens aus. Die Feststoffkonzentration an diesem Übergang wird als Gelpunkt bezeichnet. Während bei der Sedimentation nur vereinzelt Partikel-Partikel Kontakte auftreten, entspricht ein Haufwerk einem Netzwerk aus Partikeln, die in ständigem Kontakt zueinander vorliegen.

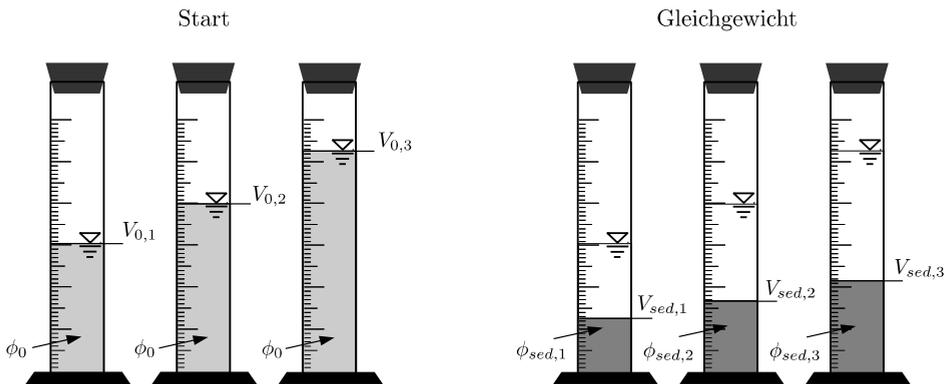


Abbildung 4.4: Schematische Darstellung der Sedimentationsmethode zur Ermittlung des Gelpunkts zum Startzeitpunkt (links) und dem Gleichgewicht der Haufwerksbildung (rechts). In Anlehnung an Erk [48].

Dadurch werden sowohl Normal- als auch Schubspannungen im Haufwerk übertragen. Die Feststoffkonzentration der obersten Schicht eines Haufwerks entspricht dem Gelpunkt und es gilt $p_s(\phi_{gel}) = 0$ Pa. Stickland [43] und Spelter [58] ermitteln den Gelpunkt kompressibler Haufwerke mit der Sedimentationsmethode im Erdschwerefeld. Erk [48] beschreibt mittels der Oszillationsrheometrie eine weitere Methode zur Ermittlung des Gelpunkts. $p_s = 0$ Pa.

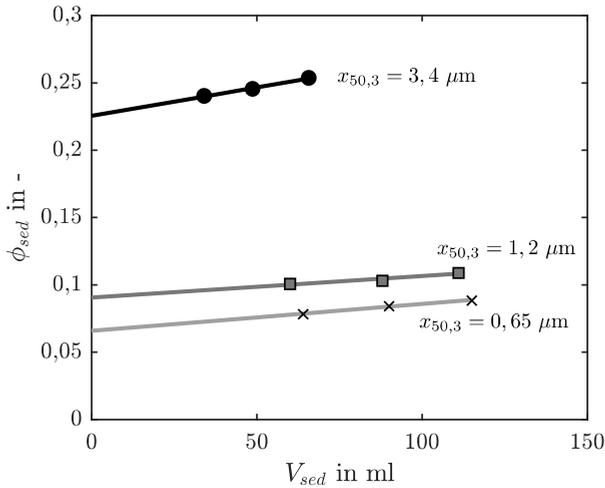


Abbildung 4.5: Experimentelle Charakterisierung des Gelpunkts für Kalkstein-Wasser-Suspensionen mit divergenter Partikelgrößenverteilung ausgehend der Sedimentationsmethode.

Dabei zeigt sich, dass sich die rheologischen Eigenschaften, wie beispielsweise die Fließgrenze am Übergang zwischen Suspension und Sediment, deutlich verändern. Der Vergleich beider Methoden zeigt für die ermittelte Feststoffkonzentration am Gelpunkt eine gute Übereinstimmung. In dieser Arbeit wurde die Sedimentationsmethode zur experimentellen Charakterisierung des Gelpunkts verwendet. Abbildung 4.4 stellt schematisch die Bestimmung des Gelpunkts für den Startzeitpunkt und den Gleichgewichtszustand dar. Mindestens drei Standzylinder werden mit unterschiedlichen Ausgangsvolumen aber gleicher Feststoffkonzentration gefüllt. Nach Erreichen des Gleichgewichtszustands ist ein klarer Überstand vorhanden und die Höhe des Sediments bleibt konstant. Die mittlere Feststoffkonzentration des flüssigkeitsgesättigten Haufwerks

$$\phi_{sed,i} = \phi_0 \frac{V_{0,i}}{V_{sed,i}}, \quad (4.1)$$

berechnet sich aus dem Feststoffvolumenanteil der Suspension ϕ_0 und dem Verhältnis des Volumens der Ausgangssuspension $V_{0,i}$ zum Volumen des Sediments $V_{sed,i}$. Danach werden die experimentellen Daten mittels linearer Regression angepasst. Der Ordinatenabschnitt entspricht dem Gelpunkt für den Feststoffgerüstdruck. Der Einfluss der Partikelgröße ist exemplarisch für destabilisierte Kalkstein-Wasser Suspensionen mit divergenter Partikelgrößenverteilung in Abbildung 4.5 dargestellt. Das hier größte Produkt mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu m$ hat einen Gelpunkt von $\phi = 22,5$ Vol.-%. Mit der Verschiebung der Partikelgrößenverteilung der Suspension hin zu kleineren Partikeln steigt der Einfluss der interpartikulären Wechselwirkungen an und dadurch verringert sich der Gelpunkt.

Tabelle 4.1: Vergleich des Gelpunkts der einzelnen Produkte für unterschiedliche Partikelgrößen.

Produkt	$x_{50,3} / \mu\text{m}$	$\phi_{gel} / \text{Vol.}\%$
PVC	30	48
Kalkstein	80	48
Kalkstein	3,4	23
Kalkstein	1,6	16
Kalkstein	1,2	9,3
Kalkstein	0,65	6,6

Für das Produkt mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 0,65 \mu\text{m}$ hat der Gelpunkt einen Wert von $\phi = 6,6 \text{ Vol.}\%$. Die Untersuchungen für das Produkt Kalkstein decken sich dabei mit experimentellen Ergebnissen von Erk [48]. Dieser zeigt den Einfluss interpartikulärer Wechselwirkungen auf den Gelpunkt für unterschiedliche mineralische Produkte durch die Variation des Zeta-Potentials. Hier verschiebt sich der Gelpunkt am iso-elektrischen Punkt hin zu kleineren Werten. Als Grund nennt Erk [48] den Einfluss der Änderung der Oberflächeneigenschaften.

Wie in Tabelle 4.1 dargestellt, unterscheidet sich der Gelpunkt für grob- und feindisperse Haufwerke deutlich. Für PVC mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 30 \mu\text{m}$ und Kalkstein mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 80 \mu\text{m}$ ergibt sich jeweils ein Wert von $\phi_{gel} = 48 \text{ Vol.}\%$. Als Grund kann hier der vernachlässigbare Einfluss der interpartikulären Wechselwirkungen genannt werden. So dominieren für grobdisperse Materialien die Massenkraft und es bildet sich ein Sediment mit konstanter Porosität aus. Hier stimmt in den meisten Fällen der Gelpunkt mit der Porosität des Haufwerks überein. Zusammenfassend lässt sich aus den erzielten Ergebnissen ableiten, dass der Gelpunkt von der Partikelgrößenverteilung abhängt und somit eine produktspezifische Größe repräsentiert.

4.3.2 Kompressionswiderstand

Feindisperse, flüssigkeitsgesättigte Haufwerke weisen in einem großen Normalspannungsbereich kompressibles Verhalten auf. Für eine möglichst genaue Modellierung der trenntechnischen Vorgänge wird der Feststoffgerüstdruck in einem Bereich von $p_s = 0,1 \text{ kPa}$ bis $p_s = 1000 \text{ kPa}$ experimentell ermittelt. Um sowohl den Bereich geringer als auch hoher Feststoffgerüstdrücke messen zu können, erfolgt die Analyse des Kompressionsverhaltens an zwei Analysezentrifugen mit unterschiedlichem Beschleunigungsbereich.

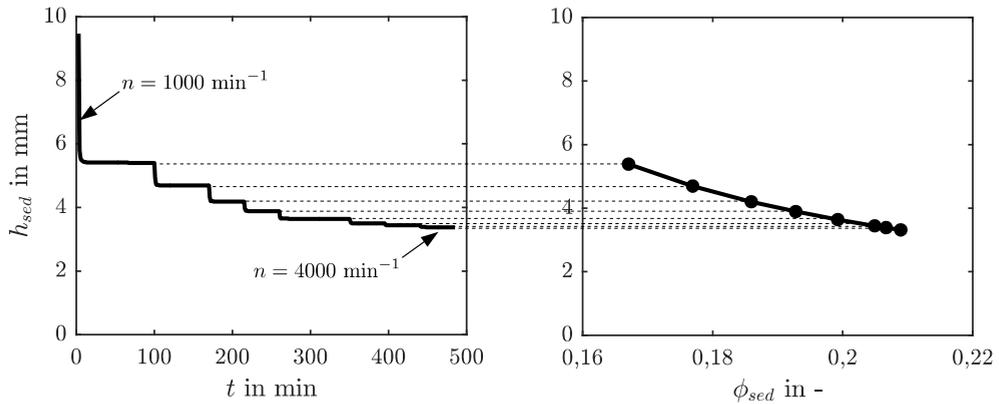


Abbildung 4.6: Zeitlicher Verlauf der Haufwerkshöhe bei stufenweiser Erhöhung der Drehzahl für eine Kalkstein-Wasser Suspension mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$ (links) und gleichzeitige Abnahme des Feststoffvolumenanteils bei Erhöhung des wirkenden Zentrifugaldrucks (rechts).

Für die niedrigen Normalspannungsbereiche wird die von Usher et al. [35] entwickelte Messmethode der stufenweisen Zentrifugation im LUMiSizer eingesetzt. Hier wird die Suspension bei konstantem Zentrifugaldruck geschleudert und anschließend die Porosität im Gleichgewichtszustand über die Sedimenthöhe berechnet. Anschließend wird der gleiche Vorgang für die untersuchte Probe durch stufenweise Erhöhung der Drehzahl und anschließendes Zentrifugieren in den Gleichgewichtszustand durchgeführt. Die experimentelle Analyse unterteilt sich in acht Stufen unterschiedlicher Drehzahl in einem Bereich von $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ bis $n = 4000 \text{ min}^{-1}$. Die Gesamtzeit der Zentrifugation beträgt $t = 9 \text{ h}$, wobei die Konsolidierung des Haufwerks bei geringen Drücken einen deutlich größeren Zeitaufwand in Anspruch nimmt.

Die linke Seite der Abbildung 4.6 zeigt den zeitlichen Verlauf der eingestellten Sedimenthöhe für die stufenweise Erhöhung der Drehzahl für Kalkstein mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 0,65 \mu\text{m}$. Dabei muss für die Untersuchungen sichergestellt werden, dass die Feststoffkonzentration der Ausgangssuspension $\phi_0 < \phi_{gel}$ gilt. Der Gelpunkt beträgt für die betrachtete Suspension $\phi_{gel} = 6,6 \text{ Vol.-%}$ und der Feststoffvolumenanteil der betrachteten Suspension $\phi_0 = 4,3 \text{ Vol.-%}$. Nach Einstellen des Gleichgewichtszustands ändert sich die Sedimenthöhe nicht mehr und bleibt konstant. Bei der Betrachtung des Kurvenverlaufs lässt sich ableiten, dass für die ersten vier Drehzahlstufen eine deutliche Verringerung der Kuchenhöhe auftritt. Dadurch erhöht sich die Feststoffkonzentration des gebildeten Kuchens wie auf der rechten Seite in Abbildung 4.6 dargestellt. Für die letzten vier Drehzahlstufen fällt die Kompression des Kuchens moderat aus. Hier kommt es zwar zu einer Verdichtung des Haufwerks nach Steigerung der Drehzahl.

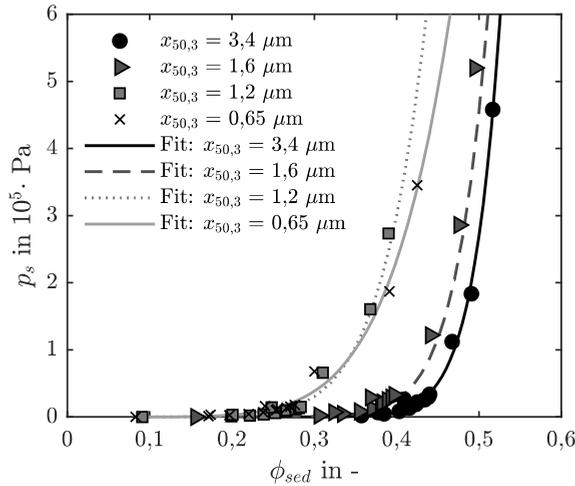


Abbildung 4.7: Feststoffgerüstdruck in Abhängigkeit des Feststoffvolumenanteils für das Produkt Kalkstein unter Variation der Partikelgrößenverteilung.

Jedoch steigt die Feststoffkonzentration des Kuchens nicht mehr signifikant an. Die maximal einstellbare Drehzahl des LUMiSizers beträgt $n = 4000 \text{ min}^{-1}$. Durch die geringen Sedimenthöhen bei $n = 4000 \text{ min}^{-1}$ werden für die untersuchten Produkte maximale Feststoffgerüstdrücke von bis zu $p_s = 40 \text{ kPa}$ erreicht. In Prozesszentrifugen treten wiederum infolge der hohen Zentrifugalbeschleunigung deutlich höhere Zentrifugaldrücke auf. Aus diesem Grund wurden die unterschiedlichen Kalkstein-Wasser Suspensionen mittels der Hermle Kühlzentrifuge für höhere Zentrifugaldrücke untersucht. Dabei wird eine maximale Zentrifugalbeschleunigung von $Z_{max} = 5000 g$ erreicht. Umgerechnet lassen sich mit dem Laborapparat, Zentrifugaldrücke bis $p_s = 1000 \text{ kPa}$ umsetzen. Mit der Hermle Kühlzentrifuge ist keine automatisierte Erfassung der Sedimenthöhe möglich. Dadurch wurden die Proben bei konstanter Drehzahl zentrifugiert und nach einer definierten Zeit manuell die Kuchenhöhe gemessen. Ändert sich die Kuchenhöhe nach weiterer Zentrifugation bei gleicher Drehzahl nicht mehr, handelt es sich um den Gleichgewichtszustand des Haufwerks. Anschließend erfolgt die Berechnung des mittleren Feststoffvolumenanteils analog zu Gleichung 4.1. Wie bereits diskutiert, hängen die trenntechnischen Materialeigenschaften von der Partikelgrößenverteilung ab. In Abbildung 4.7 ist der Feststoffgerüstdruck als Funktion des Feststoffvolumenanteils für die vier Kalkstein-Wasser Suspensionen dargestellt. Für das grobe Material mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$ wird der gebildete Kuchen am besten verdichtet. Dadurch fällt der Kompressionswiderstand im Vergleich zu den anderen Produkten geringer aus. Den niedrigsten Feststoffvolumenanteil und damit die größte Porosität weisen die beiden feinen Produkte mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 0,65 \mu\text{m}$ und $x_{50,3} = 1,2 \mu\text{m}$ auf.

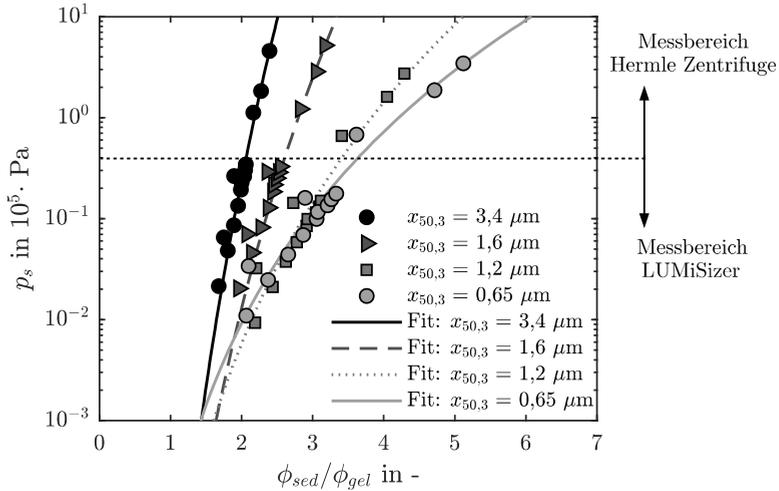


Abbildung 4.8: Kompressionswiderstand der Kalkstein-Wasser Suspensionen unterschiedlicher Partikelgrößenverteilung in Abhängigkeit des Kompressionspotentials.

Dies deckt sich mit Untersuchungen von Alles et al. [59] für die Permeabilität verschiedener Rußfraktionen. Abbildung 4.8 stellt den Kompressionswiderstand als Funktion des Kompressionspotentials, welches das Verhältnis des Feststoffvolumenanteils im Haufwerk zum Gelpunkt beschreibt, dar. Zur Überprüfung der Anwendbarkeit beider Messverfahren zur Ermittlung einer trenntechnischen Materialfunktion für das Kompressionsverhalten wird eine Überlappung beider Messbereiche bei $p_s = 40$ kPa erreicht. Es zeigt sich eine gute Vergleichbarkeit der experimentellen Ergebnisse beider Messverfahren. Nach erfolgreicher Messung wurden die Daten mittels nicht-linearer Regression ausgehend des Ansatzes von Green et al. [33] angepasst. Der Kurvenverlauf des hier groben Kalksteins mit $x_{50,3} = 3,4$ μm weist ein Kompressionspotential des 2,2-fachen des Gelpunkts bei einem Feststoffgerüstdruck von $p_s = 1000$ kPa auf. Für den feinsten Kalkstein nimmt das Kompressionspotential deutlich zu. Beim gleichen Feststoffgerüstdruck ergibt sich hier ein Kompressionspotential des 6-fachen des Gelpunkts.

4.4 Modellierung der diskontinuierlichen Zentrifugation

In der Literatur fehlt es an Modellen zur dynamischen Simulation des Separationsvorgangs in Vollmantelzentrifugen auf der Prozessebene. Die Verknüpfung der Strömungsvorgänge mit den trenntechnischen Materialeigenschaften ist jedoch die Grundvoraussetzung, um dynamische Fließschema-Simulationen durchzuführen oder modellbasierte Regelkreise zu entwickeln. Dieser Abschnitt zeigt die Entwicklung eines dynamischen Modells für die diskontinuierliche Zentrifugation für eine Becherzentrifuge.

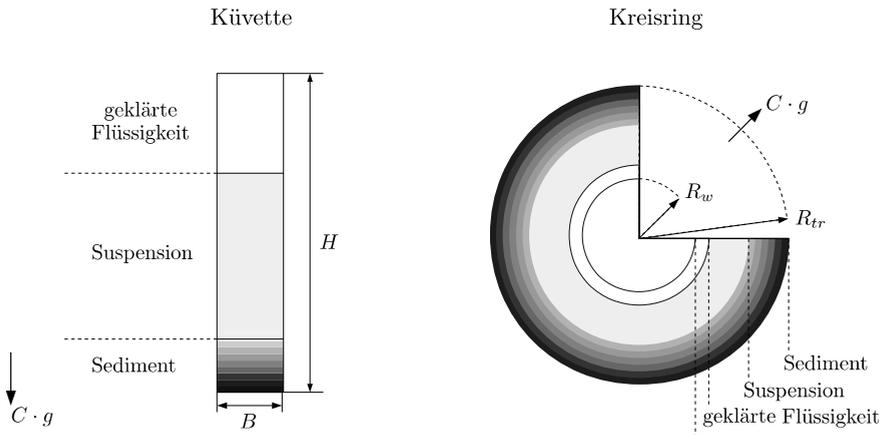


Abbildung 4.9: Schematische Darstellung der zwei modellierten Geometrien einer Becherzentrifuge. Sowohl für eine Rechteck-Küvette (links) als auch für einen Kreisring (rechts) ist die dritte Raumrichtung nicht dargestellt.

Dabei unterscheidet sich der hier präsentierte Ansatz von den Arbeiten von Bürger et al. [37] und Stickland et al. [40] in der mathematischen Formulierung der trenntechnischen Vorgänge. So wird eine 1D-Modellierung eines Zentrifugen-Behlers in radialer Richtung durchgeführt unter der Annahme, dass keine Segregation aufgrund von Schwarm sedimentation stattfindet. Diese Annahme erlaubt die Modellierung der betrachteten Suspension als Mischphase und es wird die Feststoffkonzentration als skalare Größe in radialer Richtung transportiert. Weiterhin werden Wandeffekte in der untersuchten Küvette vernachlässigt. Der gekoppelte Vorgang von Sedimentation und Sedimentaufbau weist bei der Annahme von Zonensedimentation drei charakteristische Bereiche, die geklärte Flüssigkeit, die Sedimentation und den Sedimentaufbau, auf.

Dies zeigt Abbildung 4.9 sowohl für eine Küvette als auch einen Kreisring. Hammerich et al. [52] betrachten das Fließverhalten in Röhrenzentrifugen ebenfalls entkoppelt für unterschiedliche Bereiche der Feststoffkonzentration. Hier wird das Fließverhalten der Suspension und des flüssigkeitgestättigten Haufwerks getrennt voneinander berechnet. Die entkoppelte Modellierung der Sedimentation und des Sedimentaufbaus zur dynamischen Simulation der diskontinuierlichen Zentrifugation in Echtzeit kommt hier ebenfalls zum Einsatz. Ausgehend der Materialfunktion des Kompressionswiderstands wird zwischen einem inkompressiblen und einem kompressiblen Haufwerk unterschieden. Für inkompressible Haufwerke stellt sich in den meisten Fällen eine konstante Porosität entlang der Höhe ein. Für kompressible Haufwerke wiederum dominieren die interpartikulären Kräfte und es bildet sich ein Gradient der Porosität über die Kuchenhöhe aus. Eine Beschreibung der

Konsolidierung eines Haufwerks ausgehend der Kynch-Theorie kann für die dynamische Fließschema-Simulation nicht angewendet werden. Diese Modelle sind zu rechenintensiv. Zur Reduktion des Rechenaufwands findet eine Modellreduktion statt. Hier wird der Ansatz von Sambuichi et al. [38] erweitert und auf die dynamische Simulation von inkompressiblen und kompressiblen Haufwerken angewendet.

4.4.1 Sedimentationsverhalten

Für die dynamische Modellierung des Separationsvorgangs gelten die im vorangegangenen Abschnitt definierten Annahmen. Zusätzlich gilt, dass die Zentrifugalbeschleunigung in radialer Richtung wirkt und die Corioliskraft keinen Einfluss auf den Separationsvorgang hat. Die entkoppelte Betrachtung der Sedimentation und des Sedimentaufbaus ist in Abbildung 4.10 dargestellt. Der Verfahrensraum wird in zwei Bereiche, die Sedimentationszone und die Sedimentzone unterteilt und jeweils unterschiedliche Gleichungssysteme gelöst. Um zusätzlich den Rechenaufwand gering und konstant zu halten, wird das 1D-Gitter in beiden Bereichen für jeden Zeitschritt dynamisch durch lineare Interpolation der Werte angepasst. Diese dynamische Anpassung des Gitters erlaubt es, die diskontinuierliche Zentrifugation einer Becherzentrifuge in Echtzeit durchzuführen. Weiterhin illustriert Abbildung 4.10 schematisch den zeitlichen Verlauf des Separationsvorgangs ausgehend von drei Zeitschritten für den Fall einer Rechteck-Küvette. Zum Startzeitpunkt t_0 liegt die Suspension homogen verteilt vor. Der Verfahrensraum wird in radialer Richtung diskretisiert und eine differentielle Bilanz für jede Schicht gelöst.

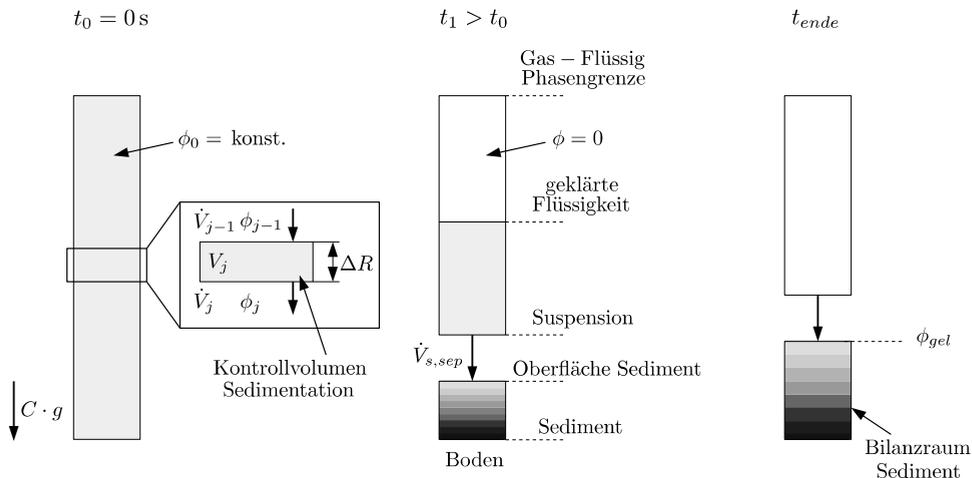


Abbildung 4.10: Schematische Darstellung des zeitlichen Verlaufs der Sedimentation und Kuchenbildung für den Fall einer Rechteck-Küvette.

Im weiteren Verlauf für $t_1 > t_0$ kommt es durch die wirkende Zentrifugalkraft zur Ausbildung einer Sedimentschicht am Boden der Küvette. Für den letzten Zeitschritt t_{ende} ist der Feststoff vollständig abgeschieden und die Bereiche der Küvette unterteilen sich in geklärte Flüssigkeit und Sediment. Für die Bilanzierung der Sedimentation wird angenommen, dass jeweils nur ein Feststoffstrom in den Bilanzraum ein- und ausströmt. Aus dieser Annahme resultiert die Komponentenbilanz der Feststoffphase zu:

$$\frac{dm_{s,j}}{dt} = \dot{m}_{s,j-1} - \dot{m}_{s,j}. \quad (4.2)$$

Hier ist $\frac{dm_{s,j}}{dt}$ der Akkumulationsterm jeder Schicht $j = 1, \dots, M$, $\dot{m}_{s,j-1}$ sowie $\dot{m}_{s,j}$ sind die ein- und ausströmenden Feststoffmassenströme. Durch Umformen der Feststoffmasse und Feststoffmassenströme berechnet sich die auf das Volumen bezogene Komponentenbilanz der Feststoffphase

$$\frac{d(\rho_s \phi_j \dot{V}_i)}{dt} = \rho_s \phi_{j-1} \dot{V}_{j-1} - \rho_s \phi_j \dot{V}_j, \quad (4.3)$$

aus der zeitlichen Ableitung des Produktes aus Feststoffdichte ρ_s , dem Feststoffvolumenanteil ϕ und Volumenstrom \dot{V} . Handelt es sich beim untersuchten Gefäß um eine Küvette mit konstantem Querschnitt, kann Gleichung 4.2 wie folgt umgeformt werden:

$$\Delta R \frac{d\phi_j}{dt} = \phi_{j-1} v_{s,j-1} - \phi_j v_{s,j}. \quad (4.4)$$

Hier ist ΔR die diskretisierte Länge in radialer Richtung und $u_{s,j}$ die Sedimentationsgeschwindigkeit des Feststoffs. Die oberste Schicht stellt die Gas-Flüssig Grenzfläche dar. Aus der Annahme einer Dirichlet-Randbedingung folgt für die Sinkgeschwindigkeit der obersten Schicht $v_{s,1} = 0$ m/s. Die Sinkgeschwindigkeit

$$v_{s,j} = \frac{\Delta \rho x^2 R_j \omega^2}{18 \eta_l} \cdot h(\phi_j), \quad (4.5)$$

der einzelnen Schichten leitet sich aus der Kräftebilanz um ein Einzelpartikel her. Die Einzelteilchensedimentation wird anschließend mit der trenntechnischen Materialfunktion der Sedimentationsbehinderung $h(\phi_j)$ multipliziert.

4.4.2 Sedimentaufbau im Zentrifugalfeld

Nachfolgend wird der numerische Algorithmus der Sedimentzone zur Berechnung kompressibler Haufwerke vorgestellt. Es wird davon ausgegangen, dass die oberste Schicht des Haufwerks aufgrund des wirkenden Feststoffgerüstdrucks die geringste Feststoffkonzentration aufweist.

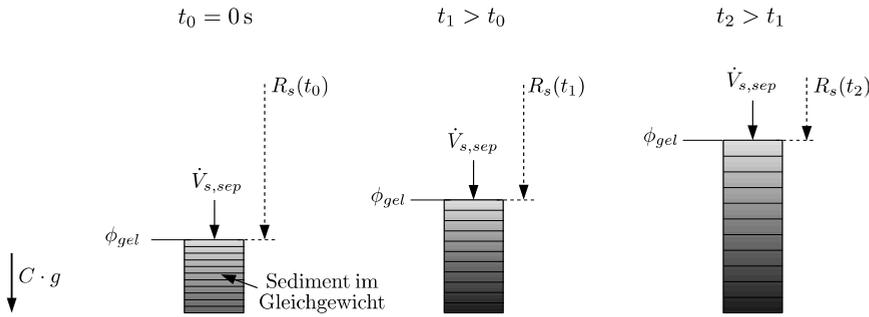


Abbildung 4.11: Schematische Darstellung der Haufwerksbildung und dynamischen Gitteranpassung für drei Zeitschritte.

Danach steigt die Feststoffkonzentration in Richtung Küvetten-Boden kontinuierlich an. Abbildung 4.11 zeigt schematisch die Berechnung der Haufwerkskompression für drei Zeitschritte. Bei der Berechnung der Konsolidierung handelt es sich um einen zweistufigen Vorgang. Im ersten Schritt ist die sedimentierte Feststoffmasse für den aktuellen Zeitschritt zu berechnen. Anschließend wird die Feststoffkonzentration des Haufwerks auf den Wert des Gelpunkts gesetzt und daraus das Sedimentvolumen und der Radius der Sedimentgrenzfläche berechnet. Im weiteren Verlauf unterteilt sich das Volumen des Haufwerks in eine endliche Anzahl von diskretisierten Schichten und der dazugehörige Zentrifugaldruck wird ausgehend von der Feststoffkonzentration abgeschätzt. Unter Annahme, dass sich das Haufwerk im Gleichgewichtszustand befindet, wird anschließend unter Einbeziehen der Materialfunktion des Kompressionswiderstands die Feststoffkonzentration jeder Schicht beginnend von der obersten Schicht hin zum Boden berechnet. Um eine sehr feine Diskretisierung des Sediments zu vermeiden, wird eine dynamische Gitteranpassung für jeden Zeitschritt durchgeführt. Dadurch bleibt die Anzahl der diskretisierten Haufwerksschichten konstant.

Dies ist ebenfalls in Abbildung 4.11 schematisch dargestellt. Dadurch liegen die neuen Gitterpunkte in radialer Richtung zwischen denen des vorangegangenen Zeitschritts und eine lineare Interpolation ausgehend der alten und neuen Daten für die Feststoffkonzentration wird durchgeführt. Nachfolgend werden die mathematischen Gleichungen des numerischen Algorithmus dargelegt. Zur Lösung des Sedimentaufbaus in der Becherzentrifuge wird eine Komponentenbilanz

$$\frac{dm_s}{dt} = \dot{m}_{s,sep}, \quad (4.6)$$

des am Boden abgeschiedenen Feststoff gebildet. Hier ist $\frac{dm_s}{dt}$ der Akkumulationsterm und $\dot{m}_{s,sep}$ der Massenstrom an Feststoff, der aus der Separationszone sedimentiert. Um im späteren

Verlauf direkt die radiale Position berechnen zu können, wird Gleichung 4.6 als Volumenbilanz der Feststoffphase

$$\rho_s \frac{dV_s}{dt} = \rho_s \dot{V}_{s,sep}, \quad (4.7)$$

ausgedrückt. Für die zeitliche Diskretisierung der Volumenbilanz wird ein explizites Euler-Verfahren mit einem konstanten Zeitschritt Δt gewählt. Die diskretisierte Form von Gleichung 4.7 ergibt sich zu:

$$V_s^{t+\Delta t} = \Delta t \cdot \dot{V}_{s,sep} + V_s^t. \quad (4.8)$$

Die Grundlage für die Haufwerksbildung und Kompression bildet eine Kräftebilanz um ein differentielles Sedimentelement, siehe Sambuichi et al. [38]. Der Feststoffgerüstdruck

$$\frac{dp_s}{dR} = (\rho_s - \rho_l) \cdot \phi \omega^2 R - \frac{\eta_l}{\psi} \cdot v_r - (1 - k_0) \frac{p_s}{R}, \quad (4.9)$$

hängt in diesem Fall von drei Anteilen ab. Der erste Term auf der rechten Seite berücksichtigt den auf das Sedimentelement wirkenden Zentrifugaldruck, der zweite Term die Relativgeschwindigkeit zwischen Feststoff und Flüssigkeit und der dritte Term beschreibt die Abweichung aufgrund auftretender Schubspannungen an vorhandenen Seitenwänden. In Gleichung 4.9 ist η_l die dynamische Viskosität der Flüssigkeit, ψ die Permeabilität des Sediments, v_r die Relativbewegung zwischen Feststoff und Flüssigkeit, R die radiale Position und k_0 entspricht dem Verhältnis aus Querkraft zur Kraft in Normalenrichtung. In der Regel ist der Einfluss von Seitenwänden durch die Größe des Gefäßes und die Relativbewegung im Sediment sehr klein und daher vernachlässigbar. Dadurch vereinfacht sich der mathematische Zusammenhang aus Gleichung 4.9 zu:

$$\frac{dp_s}{dR} = (\rho_s - \rho_l) \cdot \phi \omega^2 R. \quad (4.10)$$

Hier haben neben der Dichtedifferenz von Feststoff ρ_s und der Flüssigkeit ρ_l , die Feststoffkonzentration ϕ und die radialen Position R einen Einfluss auf den Feststoffgerüstdruck. Die Winkelgeschwindigkeit ω geht sogar mit der 2. Potenz in die Berechnung ein. Der Feststoffgerüstdruck

$$\int_{p_{s,j-1}}^{p_{s,j}} dp_s = (\rho_s - \rho_l) \cdot \phi \omega^2 \int_{R_{j-1}}^{R_j} R dR, \quad (4.11)$$

für ein differentielles Haufwerkelement folgt durch Trennung der Veränderlichen und anschließender Integration über die Grenzen $p_{s,j-1}$ und $p_{s,j}$ sowie R_{j-1} und R_j . Als Ergebnis leitet sich die diskretisierte Form des Feststoffgerüstdrucks

$$p_{s,j} = (\rho_s - \rho_l) \cdot \phi_j \omega^2 \cdot (R_j^2 - R_{j-1}^2) + p_{s,j-1}. \quad (4.12)$$

für jede Schicht in radialer Richtung her. Vor dem Start der Berechnung werden die Anfangs- und Randbedingungen für die Sedimentation und das Kompressionsverhalten definiert und anschließend Gleichung 4.7 zur Berechnung des bereits im Becher akkumulierten Sedimentvolumens gelöst. Der numerische Algorithmus unterteilt sich dabei in zwei Abschnitte. Ausgehend vom Volumen des Sediments im aktuellen Zeitschritt wird zuerst die radiale Position der Sedimentoberfläche für den Ausgangszustand ohne Kompression berechnet. Zur Berechnung des Gradienten der Feststoffkonzentration über die Sedimenthöhe im Gleichgewicht wird das Sedimentvolumen in äquidistante Volumenschnitte unterteilt. Das Volumen der Sedimentschicht

$$V_{s,j}^{t+\Delta t} = \frac{V_s^{t+\Delta t}}{M}, \quad (4.13)$$

folgt aus dem Verhältnis von Sedimentvolumen des noch nicht komprimierten Haufwerks $V_s^{t+\Delta t}$ zur Anzahl der definierten Segmente M . Wie Gleichung 4.12 zeigt, hängt der Zentrifugaldruck von der radialen Position im Haufwerks ab. Die nachfolgenden Gleichungen zeigen die mathematischen Zusammenhänge für eine Rechteck-Küvette. Die radiale Position der Sedimentoberfläche

$$R_{int} = R_{tr} - \frac{V_s^{t+\Delta t}}{\Delta l \cdot B_k}, \quad (4.14)$$

für den aktuellen Zeitschritt $t + \Delta t$ vor der Kompression ergibt sich aus den Geometrieverhältnissen der Rechteck-Küvette. Die Berechnung des Radius jeder Sedimentschicht

$$R_j = R_{j-1} + \frac{V_{s,j}^{t+\Delta t}}{\Delta l \cdot B_k}, \quad (4.15)$$

startet ausgehend von der Sedimentoberfläche R_{int} und hängt neben den bereits erwähnten Größen vom Sedimentvolumen der Schicht $V_{s,j}^{t+\Delta t}$ und der radialen Position der direkt oberhalb liegenden Schicht R_{j-1} ab. Zu Beginn der Simulation des Sedimentaufbaus wird angenommen, dass der Feststoffvolumenanteil im Sediment dem Gelpunkt entspricht. An der obersten Schicht gilt als Randbedingung für den Zentrifugaldruck $p_{s,1} = 0$ Pa. Danach wird durch Lösen von Gleichung 4.15 beginnend an der Sedimentoberfläche der Zentrifugaldruck in radialer Richtung hin zum Becherboden berechnet. Die Berechnung des Feststoffvolumenanteils jeder Sedimentschicht

$$\phi_{k,j} = \phi_{gel} \cdot \left(1 + \frac{p_s(\phi_{k,j})}{p_2} \right)^{\frac{1}{p_1}}, \quad (4.16)$$

folgt aus der Annahme, dass sich das Haufwerk im Gleichgewichtszustand befindet und an dieser Stelle der Zentrifugaldruck dem Feststoffgerüstdruck entspricht. In Gleichung 4.16 sind p_1 und p_2 empirische Anpassungsgrößen, welche sich aus der nicht-linearen Anpassung an

experimentelle Daten ergeben. Aus diesem Grund ist für Gleichung 4.16 auch ein anderer mathematischer Zusammenhang denkbar. Da der Feststoffgerüstdruck von der Feststoffkonzentration abhängt, jedoch die Feststoffkonzentration der einzelnen Schichten nicht bekannt ist, wird Gleichung 4.16 iterativ gelöst. Dabei entspricht die Feststoffkonzentration zum Startzeitpunkt dem Gelpunkt. Danach wird die Berechnung so lange wiederholt, bis die eingestellte Konvergenz erreicht wurde. Da es sich bei der Probe um ein geschlossenes Gefäß handelt, bleibt die Feststoffmasse im Sediment für jeden Zeitschritt konstant. Daraus ergibt sich das Volumen der komprimierten Sedimentschichten

$$V_{s,k,j}^{t+\Delta t} = V_{s,j}^{t+\Delta t} \cdot \frac{\phi_j}{\phi_{k,j}}, \quad (4.17)$$

aus dem Produkt des Sedimentvolumens jeder Schicht vor der Kompression und dem Verhältnis der Feststoffkonzentrationen ϕ_j vor und $\phi_{k,j}$ nach der Kompression. Das Gesamtvolumen des im Zeitschritt komprimierten Feststoffs

$$V_{s,k}^{t+\Delta t} = \sum_{j=1}^n V_{s,k,j}^{t+\Delta t}, \quad (4.18)$$

wird aus der Summe der einzelnen Volumenelemente der Schichten berechnet. Die radiale Position der Sedimentoberfläche

$$R_s = R_{tr} - \frac{V_{s,k}^{t+\Delta t}}{\Delta l \cdot B_k}, \quad (4.19)$$

berechnet sich aus dem Sedimentvolumen nach der Kompression $V_{s,k}^{t+\Delta t}$ und den Geometrie- verhältnissen der Rechteck-Küvette. Im nächsten Zeitschritt sedimentiert der Feststoff aus der Separationszone auf das bereits gebildete Haufwerk des vorangegangenen Zeitschritts t . Die radiale Position

$$R_{k,j} = R_{k,j-1} + \frac{V_{s,k,j}^{t+\Delta t}}{\Delta l \cdot B_k}, \quad (4.20)$$

der einzelnen komprimierten Schichten berechnet sich aus dem Volumen $V_{s,k,j}^{t+\Delta t}$ der komprimierten Schicht, den Geometrieverhältnissen und der radialen Position $R_{s,k,j-1}$ der vorangegangenen Schicht. Während der Berechnung wird die Adaption des Gitters mittels der linearen Interpolation des Feststoffvolumenanteils

$$\phi_j^{t+\Delta t} = \phi_{k,j-1}^t \cdot \frac{\phi_{k,j}^t - \phi_{k,j-1}^t}{R_{k,j}^t - R_{k,j-1}^t} \cdot \left(R_j^{t+\Delta t} - R_{k,j-1}^t \right), \quad (4.21)$$

vom alten auf das neue Gitter durchgeführt. Hier entspricht das Superskript t dem vorangegangenen Zeitschritt und $t + \Delta t$ dem neuen Zeitschritt.

4.5 Simulation der diskontinuierlichen Zentrifugation

Das entwickelte dynamische Modell wird im weiteren Verlauf als Bilanzraum-Ansatz bezeichnet. Der Bilanzraum-Ansatz stellt das interne Vernetzungsschema und die Diskretisierung des Gebietes dar. Der Ansatz von Bürger et al. [37] für die diskontinuierliche Zentrifugation stellt ein in der Literatur weitverbreitetes und damit validiertes Modell dar und soll im weiteren Verlauf der Validierung des entwickelten Bilanzraum-Ansatzes dienen. Der Innen- und Außenradius der Küvette beträgt $R_w = 0,06$ m und $R_{rr} = 0,30$ m. Der Gelpunkt der untersuchten Suspension wurde mit einem Wert von $\phi_{gel} = 10$ Vol.-% definiert. Der Feststoffvolumenanteil wird im gesamten Gebiet mit einem Wert von $\phi_0 = 7$ Vol.-% initialisiert. Die trenntechnischen Materialeigenschaften der Sedimentationsbehinderung

$$h(\phi) = (1 - \phi)^5 \text{ für } \phi < \phi_{gel}, \quad (4.22)$$

sowie des Feststoffgerüstdrucks

$$p_s(\phi) = 5.7 \left[\left(\frac{\phi}{\phi_{gel}} \right)^9 - 1 \right] \text{ für } \phi \geq \phi_{gel}, \quad (4.23)$$

wurden analog zu Bürger et al. [37] definiert. Abbildung 4.12 zeigt den Vergleich zwischen dem Bürger-Ansatz und dem im vorangegangenen Abschnitt präsentierten Bilanzraum-Ansatz zur dynamischen Simulation der diskontinuierlichen Zentrifugation einer Rechteck-Küvette. Als Produkt dient Calciumcarbonat mit einer Dichte von $\rho_s = 2700$ kg/m³. Für den Vergleich werden zwei unterschiedliche Zentrifugalbeschleunigungen $Z = 100g$ und $Z = 1000g$ simuliert. Während für $Z = 100g$ eine Gesamtzeit von $t = 70$ s simuliert wurde, liegt für $Z = 1000g$ eine Zeit von $t = 7$ s vor. Die Zeitintervalle zwischen zwei dargestellten Verläufen konstanter Zeit sind $\Delta t = 10$ s für $Z = 100g$ und $\Delta t = 1$ s für $Z = 1000g$. Der Vergleich beider Modelle für $Z = 100g$ und $Z = 1000g$ zeigt eine gute Übereinstimmung für den zeitlichen Verlauf der Sedimentation und des Sedimentaufbaus. Lediglich für $Z = 100g$ kommt es zu geringfügigen Abweichungen für bei der Bildung des kompressiblen Haufwerks.

So liegen die Daten des Bilanzraum-Ansatzes leicht unterhalb derer des Bürger-Modells. Ein möglicher Grund findet sich in der mathematischen Formulierung des Konsolidierungsvorgangs. Der Bürger-Ansatz modelliert die hydrodynamischen Wechselwirkungen und den vorhandenen Feststoffgerüstdruck im Haufwerk ausgehend eines konzentrationsabhängigen Diffusionskoeffizienten. Dieser geht in den Laplace-Term der Transportgleichung mit ein. Beim entwickelten Bilanzraum-Ansatz hingegen wird angenommen, dass sich das gebildete Haufwerk sofort nach der Bildung im Gleichgewichtszustand befindet. Da für den Feststoffgerüstdruck $p_s \sim \omega^2$ gilt, nimmt der Einfluss der Konsolidierungsphase bis in den Gleichgewichtszustand für hohe Zentrifugalbeschleunigungen deutlich ab.

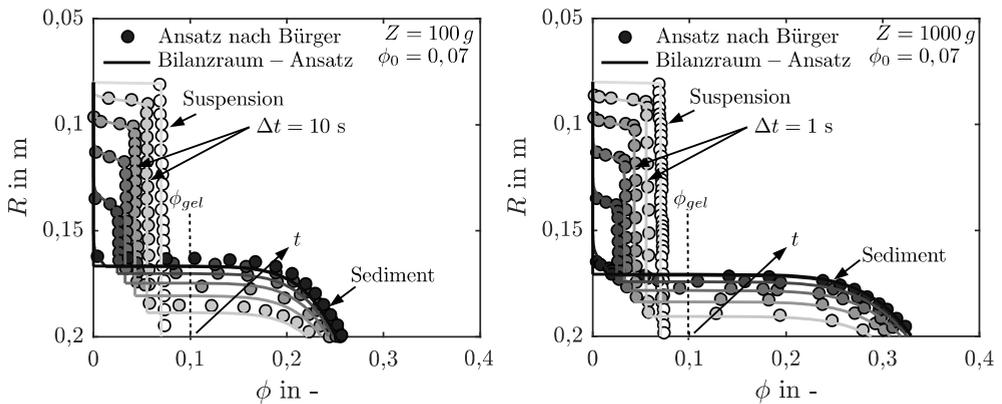


Abbildung 4.12: Vergleich der Simulationsergebnisse des entwickelten Bilanzraum-Ansatzes für die diskontinuierliche Zentrifugation einer Rechteck-Küvette mit Daten von Bürger et al. [37] für eine Ausgangskonzentration von $\phi_0 = 7$ Vol.-% und zwei Zentrifugalbeschleunigungen $Z = 100\text{ g}$ (links) und $Z = 1000\text{ g}$ (rechts).

Dies zeigt sich beim Vergleich beider Modelle für eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000\text{ g}$. Hier verringert sich der Einfluss der Konsolidierungsphase während der Haufwerkskompression und die zeitlichen Verläufe beider Modelle zeigen eine gute Übereinstimmung. Wie bereits erwähnt, stellt ein Vorteil des Bilanzraum-Ansatzes die Echtzeit-Simulation dar. Dies ermöglicht in den nachfolgenden Kapiteln die Übertragung der gezeigten dynamischen Modelle der diskontinuierlichen Zentrifugation auf den Prozessmaßstab. Der Vergleich des zeitlichen Verlaufs des Trennspiegels und der Sedimentoberfläche für unterschiedliche Feststoffkonzentrationen von $\phi_0 = 0,02, 0,04, 0,06$ und $0,08$ für eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000\text{ g}$ ist in Abbildung 4.13 dargestellt.

Die Höhe nimmt am Boden der Küvette den Wert $H = 0\text{ m}$ ein und steigt in Richtung der Oberseite der Küvette an. Das Gebiet wurde zum Startzeitpunkt mit einem jeweils konstanten Feststoffvolumenanteil $\phi_0 = 0,02, 0,04, 0,06$ und $0,08$ initialisiert. Es zeigt sich, dass sowohl die Sedimentation als auch der Sedimentaufbau während der Batch-Zentrifugation zeitabhängige trenntechnische Vorgänge darstellen. Dies deckt sich mit Untersuchungen von Garrido et al. [39] und Stickland et al. [40] zur diskontinuierlichen Zentrifugation. Infolge des Anstiegs der hydrodynamischen Wechselwirkungen zwischen Fluid und disperser Phase sinkt die Trennspiegelsinkgeschwindigkeit und die Sedimentation läuft langsamer ab. Neben dem Einfluss des Feststoffvolumenanteils auf den zeitlichen Verlauf des Sedimentationsvorgangs stellt sich ein erheblicher Einfluss auf die Kuchenbildung ein. So führt die Steigerung des Feststoffvolumenanteils der Suspension zu einer deutlich höheren Sedimentschicht.

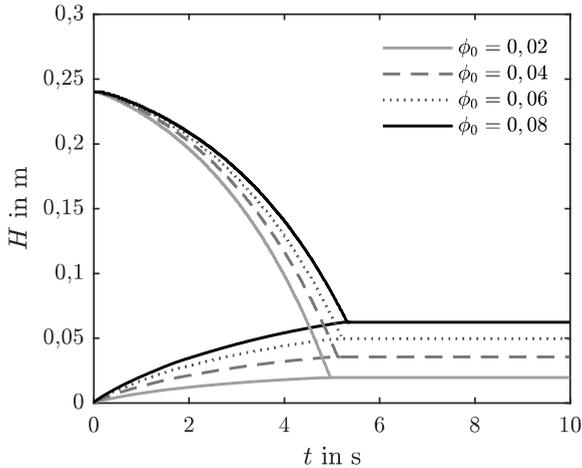


Abbildung 4.13: Zeitlicher Verlauf des Trennspiegels und der Sedimentgrenzfläche (links) und Gleichgewichtszustand der Kuchenbildung für unterschiedliche Feststoffvolumenanteile (rechts).

Infolge des kompressiblen Verhaltens kommt es zur Ausbildung eines Gradienten der Feststoffkonzentration über die Sedimenthöhe. Mit Steigerung von ϕ_0 verschiebt sich der Gleichgewichtszustand hin zu einer geringeren Porosität im Haufwerk. Es ergibt sich kein linearer Zusammenhang zwischen dem Feststoffvolumenanteil der Ausgangssuspension und dem Kompressionsverhalten des Haufwerks.

Dieses Kapitel fasst die experimentelle Charakterisierung des Sedimentationsverhalten und der Haufwerksbildung an Labor-Apparaten für die untersuchten Kalkstein-Wasser Suspensionen zusammen. Es zeigt sich eine Abhängigkeit der trenntechnischen Materialfunktionen von der Partikelgrößenverteilung. Ausgehend von der experimentellen Betrachtung des Separationsverhaltens wurde danach ein mathematisches Modell zur dynamischen Simulation der diskontinuierlichen Zentrifugation einer Becherzentrifuge entwickelt. Während das Bürger-Modell für die Berechnung von einigen Sekunden mehrere Minuten benötigt, erlaubt der entwickelte Bilanzraum-Ansatz die dynamische Simulation in Echtzeit. Der präsentierte Ansatz bildet die Grundlage für die Modellierung der trenntechnischen Materialeigenschaften und wird in Kapitel 7 auf den Prozessmaßstab für kontinuierlich arbeitende Dekantierzentrifugen übertragen.

5 Verweilzeit- und Systemverhalten einer Labor-Dekantierzentrifuge¹

Neben trenntechnischen Materialeigenschaften haben die Strömungsbedingungen einen erheblichen Einfluss auf die Leistungsfähigkeit von Vollmantelzentrifugen. So kommt es infolge unzureichender Beschleunigung der Suspension zu Verwirbelungen in der Vorbeschleunigungszone. Anschließend beruhigt sich die Strömung und es bildet sich durch die Haftbedingung an der Trommelinnenwand eine von der Pfropfenströmung abweichende Strömungsform aus. Die messtechnische Erfassung der beschriebenen Strömungsvorgänge ist nur mit erheblichem Aufwand oder überhaupt nicht realisierbar. Gründe sind die unzureichende optische Zugänglichkeit der schnell rotierenden Trommel und zusätzlich bei Dekantierzentrifugen die Schneckenbewegung sowie die gebildete Sedimentschicht. Dieses Kapitel stellt zwei indirekte Messmethoden zur Charakterisierung der Strömung, die Verweilzeitmessung und die Analyse des Systemverhaltens am Beispiel einer Labor-Dekantierzentrifuge vor. Aus der indirekten Messung des konvektiven Transports eines Spurstoffs mit den gleichen physikalischen Eigenschaften wie das Fluid leitet sich die Verweilzeitverteilung in der Labor-Dekantierzentrifuge ab. Die Verweilzeitverteilung dient im späteren Verlauf der Modellierung der trenntechnischen Vorgänge in Dekantierzentrifugen zur dynamischen Simulation in Echtzeit.

5.1 Stand der Technik

In der Literatur über die Untersuchung der Strömungsbedingungen in Dekantierzentrifugen finden sich eine Vielzahl von Modellvorstellungen und experimentellen Methoden. Hülsen [23] beschreibt ausgehend eines theoretischen Modells den Einfluss der Drehrichtung der Trommel auf den Verlauf der Strömung in Dekantierzentrifugen. So ergibt sich für eine vor- oder nacheilende Schnecke ein abweichender Verlauf der Durchströmung. Bei einer voreilenden Schnecke bewegt sich die Schnecke schneller als die Trommel und es kommt zu einer Überhöhung der Tangentialgeschwindigkeit. Hülsen [23] führt auf, dass dies zu einer Ablenkung der

¹ Inhalte dieses Kapitels wurden in nachfolgender Referenz veröffentlicht und für diese Dissertation angepasst: M. Gleiss, S. Hammerich, M. Kespe and H. Nirschl (2017) Application of the dynamic flow sheet simulation concept to the solid-liquid separation: Separation of stabilized slurries in continuous centrifuges. *Chemical Engineering Science*, 163, 167-178.

Suspension am Zulauf in Richtung des konischen Teils der Zentrifuge führt. Anschließend wird die Suspension umgelenkt und in Richtung Überlaufwehr transportiert. Bei einer nacheilenden Schnecke verringert sich die Tangentialgeschwindigkeit infolge der Durchströmung des Schneckenkanals und es kommt nicht zur Umlenkung in Richtung des Konus. Faust [24] führt Farbstoffexperimente an einem Plexiglas-Dekanter durch und kommt zum gleichen Ergebnis der Strömungsform wie Hülsen [23]. Faust [24] leitet zusätzlich aus dem Transport des Farbstoffs im Plexiglas-Dekanter ein gemittelt lineares Strömungsprofil in radialer Richtung für die Maschine mit voreilender Schnecke ab.

Langeloh [60] stellt bei Versuchen zur Klärung einer mineralischen Suspension an einer Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab einen schlagartigen Abfall des Abscheidegrads für einen kritischen Durchsatz fest. Er schließt daraus, dass die Überströmung des gebildeten Sediments zu einem Schleppeffekt von Partikelfractionen führt und eine Tiefenwirkung bei der Durchströmung des Schneckenkanals vorliegt. Leung [17, 30] untersucht ausgehend eines fluoreszierenden Farbstoffs die Vorbeschleunigungszone und Strömungsbedingungen einer Gegenstrom-Dekantierzentrifuge. Der fluoreszierenden Farbstoff wird nur in den oberen Schichten nahe der Gas-Flüssig Phasengrenze transportiert. Eine Tiefenwirkung des Farbstoffs ist nicht gegeben. Leung [30] leitet aus den gewonnenen experimentellen Daten eine schnellströmende Grenzschichtströmung im zylindrischen Teil der Maschine ab.

Frost [61] und Beiser [8] kommen bei der Betrachtung der Durchströmung einer Gegenstrom-Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab zu einem anderen Ergebnis. Aus der experimentellen Verweilzeitmessung mit einem Spurstoff ergibt sich das Verweilzeitverhalten der betrachteten Maschine. Die Verläufe der Verweilzeitverteilung deuten auf eine deutliche Tiefenwirkung hin. Beide schlussfolgern, dass Spurstoffelemente auch in Richtung Trommelinnenwand transportiert werden. Beiser [8] geht noch einen Schritt weiter und nutzt eine Ölphase mit höherer Dichte, um einen definierten Füllgrad im Apparat abzubilden. Die Zugabe des Öls führt zu einer einheitlichen Schicht an der Trommelinnenwand und Reduktion des freien Strömungsquerschnitts. Aus den Ergebnissen lässt sich eine Verschiebung der Kurvenverläufe hin zu kleineren Verweilzeiten für die Erhöhung des volumetrischen Füllgrads feststellen.

Die Literatur zum Stand der Technik zeigt, dass vielfältige Modellvorstellungen zum Strömungszustand in Dekantierzentrifugen vorliegen. Ziel dieses Kapitels ist die Ableitung der Maschinenfunktion zur dynamischen Modellierung des Separationsvorgangs in Dekantierzentrifugen. Die abgeleitete Maschinenfunktion beschreibt die Strömungsbedingungen in der Dekantierzentrifuge und wird nachfolgend ausgehend von drei Methoden: der experimentellen Verweilzeitmessung, der Charakterisierung des Systemverhaltens und der numerischen Strömungssimulation untersucht.

5.2 Methoden der Verweilzeitmessung

In dieser Arbeit kommen drei Methoden zur Charakterisierung der Verweilzeitverteilung, die experimentelle Verweilzeitmessung, die Charakterisierung des Systemverhaltens und die numerische Simulation zum Einsatz. Der Überblick und die Unterschiede der einzelnen Methoden sind schematisch in Abbildung 5.1 dargestellt. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass Kapitel 5 nur die experimentellen Methoden näher betrachtet. Auf die numerische Simulation der Verweilzeitverteilung wird in Kapitel 6 eingegangen.

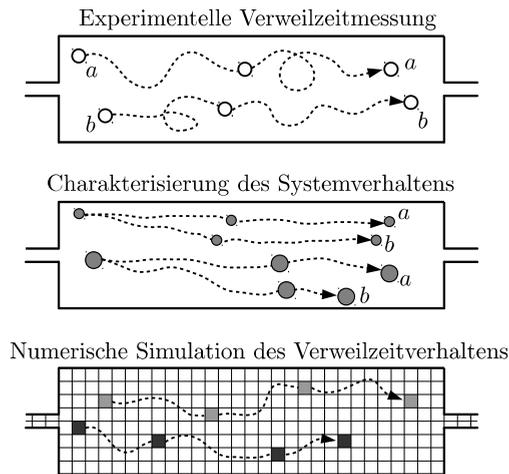


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung der drei in dieser Arbeit verwendeten Methoden zur Ermittlung der Verweilzeitverteilung.

Eine weitverbreitete Methode zur indirekten Messung der Strömungsbedingungen in verfahrenstechnischen Apparaten stellt die experimentelle Verweilzeitmessung dar. Durch Zugabe eines Spurstoffs entweder als Dirac-Stoß oder sprunghafte Änderung wird die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in einem Apparat detektiert. Die hier dargestellte Methode betrachtet die zeitliche Änderung der Leitfähigkeit am Überlauf der Labor-Dekantierzentrifuge mittels einer gesättigten Natriumchlorid-Lösung. Bei der Charakterisierung des Systemverhaltens wird das Antwortverhalten auf die sprunghafte Änderung der Materialeigenschaften oder der Prozessbedingungen am Überlauf der Maschine durch optische Trübungsmessung detektiert. Eine dritte Möglichkeit zur Charakterisierung der Strömungsbedingungen stellt die CFD-Simulation dar. Die Diskretisierung des Verfahrensraums erlaubt eine zeitliche und örtliche Auflösung des Strömungsfeldes und dadurch eine detaillierte Analyse der Strömungsbedingungen. Durch die Erweiterung des Gleichungssystems bestehend aus Massen- und Impulserhaltung ist auch die Untersuchung der Verweilzeitverteilung möglich.

5.3 Experimentelle Verweilzeitmessung

5.3.1 Verweilzeitverhalten in verfahrenstechnischen Apparaten

Die experimentelle Verweilzeitmessung ist eine indirekte Methode zur Bestimmung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit einer oder mehrerer Phasen in einer Maschine und erlaubt die Vorhersage der Rückvermischung und von Totbereichen. Die nachfolgend gezeigten Gleichungen sind unabhängig vom verfahrenstechnischen Apparat anwendbar. Die mathematische Beschreibung der Verweilzeitverteilung erfolgt entweder als Verweilzeitspektrum oder als Verweilzeitsummenverteilung. Die Verweilzeitsummenverteilung wird nachfolgend als Verweilzeitverteilung bezeichnet. Das Verweilzeitspektrum

$$E(t) = \frac{\dot{V} c_{t,out}(t)}{\int_0^{t_{end}} \dot{V} c_{t,out}(t) dt}, \quad (5.1)$$

berechnet sich aus dem Verhältnis des Stoffmengenstroms $\dot{V} \cdot c_{t,out}(t)$, der zum Zeitpunkt t am Ausgang des Apparates ausströmt und dem Gesamtstoffmengenstrom des zugegebenen Spurstoffs. Die Aufgabe der Markierungssubstanz erfolgt entweder als Dirac-Stoß oder als Sprungfunktion. Die Verweilzeitverteilung

$$F(t) = \int_0^t E(t) dt, \quad (5.2)$$

ergibt sich aus der Integration des Verweilzeitspektrums und ist der Anteil an eingebrachtem Spurstoff, welcher den Apparat zum Zeitpunkt t wieder verlässt [62]. Zum Vergleich der Verweilzeitverläufe verschiedener Parametervariationen ist es zielführend, die zeitlichen Verläufe in dimensionsloser Form, durch Einführen der Durchströmungsziffer

$$D = \frac{t}{\tau_{exp}}, \quad (5.3)$$

darzustellen. Die Durchströmungsziffer ist eine dimensionslose Kennzahl und hängt vom Verhältnis der Zeit t und der effektiven mittleren Verweilzeit des Experiments τ_{exp} ab. Für den theoretischen Fall einer Pfropfenströmung ergibt sich die mittlere Verweilzeit aus dem Verhältnis des Reaktorvolumens V zum eingestellten Volumenstrom \dot{V} . Die linke Seite in Abbildung 5.2 stellt den typischen Verlauf eines Verweilzeitspektrums und der Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer dar. Dabei hat die Hälfte des Spurstoffs die Maschine für $D(F = 0,5) = 1$ durchströmt. Für die effektive mittlere Verweilzeit hat das Verweilzeitspektrum ein Maximum und die Verweilzeitverteilung den Mittelwert erreicht. Spricht man von idealem Verweilzeitverhalten, unterscheidet man die beiden Grenzfälle ideales Strömungsrohr und den idealer Rührkessel. Das Verweilzeitverhalten eines idealen Strömungsrohrs, eines idealen Rührkessels und das reale Verhalten eines verfahrenstechnischen Apparates fasst die rechte Seite in Abbildung 5.2 zusammen.

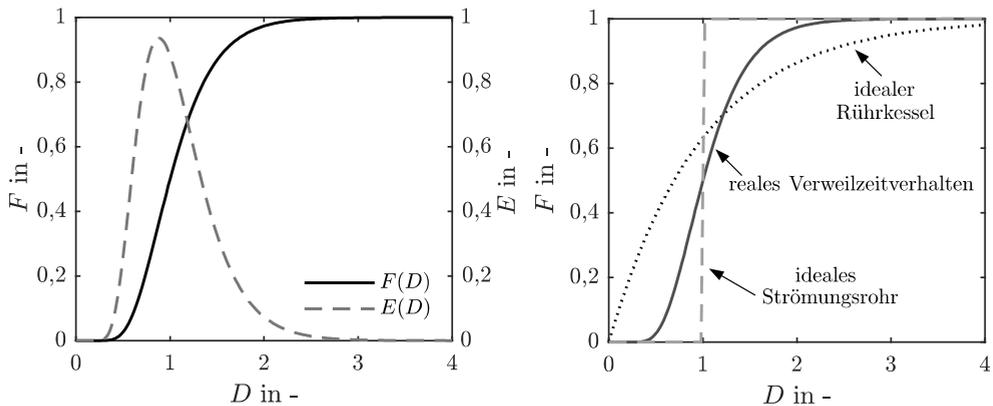


Abbildung 5.2: Verweilzeitspektrum $E(D)$ und Verweilzeitverteilung $F(D)$ als Funktion der Durchströmungsziffer (links) und Vergleich des Verweilzeitverhaltens eines verfahrenstechnischen Apparates (rechts).

Für den Fall eines idealen Strömungsrohrs findet keine axiale oder radiale Durchmischung statt. Die Fluidelemente durchströmen die Maschine und das Signal am Ausgang ändert sich sprunghaft nach Erreichen der mittleren Verweilzeit. Im Gegensatz dazu kommt es für einen kontinuierlichen Rührkessel zu idealer Rückvermischung. Zeitlich eintretende Fluidelemente vermischen sich sofort mit dem Apparatvolumen und es sind keine Gradienten im System vorhanden. Dadurch liegt eine sofortige Änderung des Signals am Ausgang des Apparates vor. Die Abweichungen vom idealen Verweilzeitverhalten sind vielfältiger Natur. So kommt es beispielsweise in Dekantierzentrifugen zur Ausbildung einer turbulenten Strömung, zu Totzonen im konischen Teil der Maschine sowie axialem und radialem Impulsaustausch infolge der Ausbildung einer von der Pfropfenströmung abweichenden Strömungsform.

5.3.2 Experimentelle Verweilzeitmessung für Dekantierzentrifuge im Labormaßstab

Im nachfolgenden Abschnitt werden die Methode und die Ergebnisse der experimentellen Verweilzeitmessung für eine Labor-Dekantierzentrifuge vorgestellt. Abbildung 5.3 zeigt schematisch das Fließschema zur experimentellen Verweilzeitmessung. Demineralisiertes Wasser wird aus einem Vorlagebehälter mittels einer Schlauchpumpe bei eingestelltem Volumenstrom in die Dekantierzentrifuge gefördert. Um die Pulsation der Schlauchpumpe zu minimieren, wird ein Pulsationsdämpfer vor dem Eintritt in die Dekantierzentrifuge verwendet. Dieser Pulsationsdämpfer wurde für alle Versuche eingesetzt. Als Spurstoff dient eine gesättigte Natriumchlorid-Lösung mit einem Massenanteil von 2 Ma.-%.

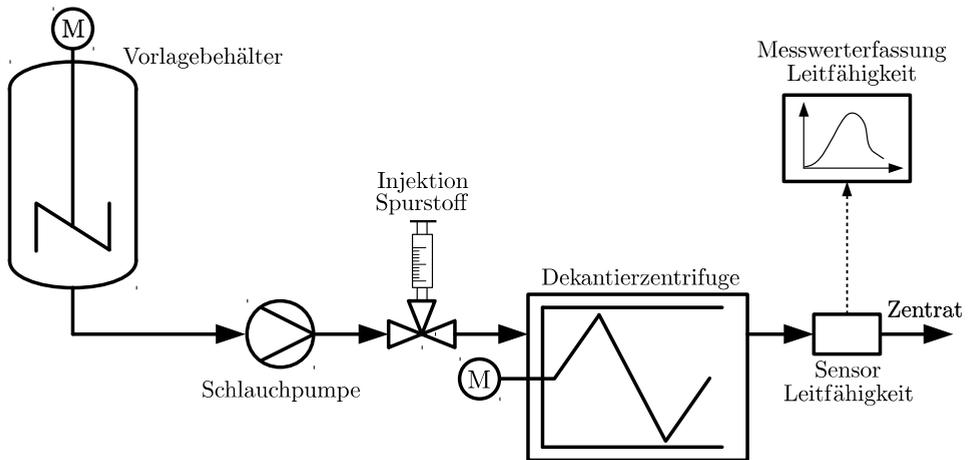


Abbildung 5.3: Fließschema zur Verweilzeitmessung an der untersuchten Labor-Dekantierzentrifuge.

Die Dichte der Markierungssubstanz beträgt hier $\rho_l = 1012 \text{ kg/m}^3$. Zur Verweilzeitmessung wird ein Volumen von $V = 2 \text{ ml}$ des Spurstoffs am Zulauf näherungsweise als Dirac-Stoß aufgegeben und anschließend die zeitliche Änderung der Leitfähigkeit online mittels einer Messsonde erfasst und an die Messdatenerfassung in einem Zeitintervall von $\Delta t = 1 \text{ s}$ übertragen. Um eine möglichst geringe Dispersion durch die Zugabe des Spurstoffs zu erhalten, wird die Markierungssubstanz in einem Zeitfenster von $t < 1 \text{ s}$ aufgegeben. Das durch die Messwerterfassung aufgezeichnete Verweilzeitspektrum wird zur besseren Vergleichbarkeit der einzelnen Einflussgrößen in eine Verweilzeitverteilung umgerechnet.

Nachfolgend wird der Einfluss der Drehzahl, des Volumenstroms, der Differenzdrehzahl und der Wehrhöhe auf die Verweilzeitverteilung dargelegt. Bei allen gezeigten Versuchen handelt es sich zur Reduktion des experimentellen Fehlers um eine Dreifachbestimmung. Aus den Messergebnissen wurde jeweils der Mittelwert der drei Messungen gebildet. Zum Vergleich der Kurvenverläufe der gemessenen Verweilzeitverteilungen wird die Zeit auf die effektiven mittlere Verweilzeit bezogen. Als Bezugspunkt der effektiven mittleren Verweilzeit dient die Verweilzeitverteilung und es gilt für die Durchströmungsziffer $D(F = 0,5) = 1$. Die linke Seite in Abbildung 5.4 zeigt den Einfluss des Volumenstroms auf die gemessene Verweilzeitverteilung im Flüssigkeitsbetrieb ohne Feststoff als Funktion der Zeit. Die Experimente wurden für eine Wehreinrichtung von $h = 10 \text{ mm}$, eine Differenzdrehzahl von $\Delta n = 2 \text{ min}^{-1}$ und eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000 g$ durchgeführt. Alle Kurven zeichnen sich durch eine hohe Reproduzierbarkeit aus.

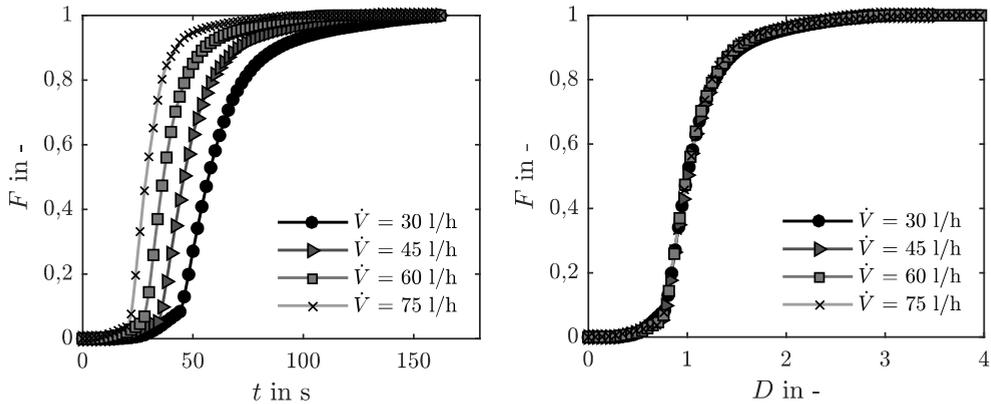


Abbildung 5.4: Vergleich der Verweilzeitverteilung für die Variation des Volumenstroms im Flüssigkeitsbetrieb als Funktion der Zeit (links) und der Durchströmungsziffer (rechts) für eine Wehrhöhe von $h = 10$ mm, eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000g$ und eine Differenzdrehzahl von $\Delta n = 2 \text{ min}^{-1}$.

Der experimentelle Fehler liegt für alle Kurven unter $\Delta F = 2 \%$. Beim Vergleich der einzelnen Kurvenverläufe ist zu beobachten, dass sich die Verweilzeitverteilung mit Erhöhung des Volumenstroms am Zulauf in Richtung kürzerer Aufenthaltszeit verschiebt. Dies entspricht dem erwarteten Verlauf, da die Erhöhung des Volumenstroms zu einer schnelleren Durchströmung der Dekantierzentrifuge führt. Weiterhin zeigt der Vergleich der Kurvenverläufe, dass zu Beginn ein geringer Anteil des Spurstoffs sehr schnell aus der Maschine ausströmt. Der schnelle Anstieg am Überlauf ist mit der vorhandenen Spaltströmung im Flüssigkeitsbetrieb zu begründen. Der Spurstoff wird in die tieferen Schichten transportiert und strömt axial durch den Spalt in Richtung Überlauf. Für die hier untersuchte Labor-Dekantierzentrifuge hat der Schneckenpalt eine Abmessung von $\Delta s = 0,5$ mm. Für Maschinen im Pilot- oder Industriemaßstab kann der Schneckenpalt auch deutlich größer ausfallen. Die Auslegung der Spaltbreite zwischen Schnecke und Trommel hängt dabei vom Transportverhalten des abgeschiedenen Feststoffs ab.

Die rechte Seite in Abbildung 5.4 stellt die Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer unter Variation des Zulaufvolumenstroms dar. Es ist gut zu erkennen, dass die Normierung der Kurven eine bessere Vergleichbarkeit der einzelnen Kurvenverläufe erlaubt. Erhöht man den Volumenstrom, ist zu erkennen, dass die Verweilzeitverteilungen übereinander liegen. Dies spricht dafür, dass sich die Rückvermischung in der Dekantierzentrifuge auch mit Erhöhung des Volumenstroms nicht ändert. Daraus ergibt sich für den Strömungszustand in der Maschine, dass sich zwar die mittlere Verweilzeit eines Fluidelements mit Erhöhung des Volumenstroms ändert, jedoch nicht die Strömungsbedingungen.

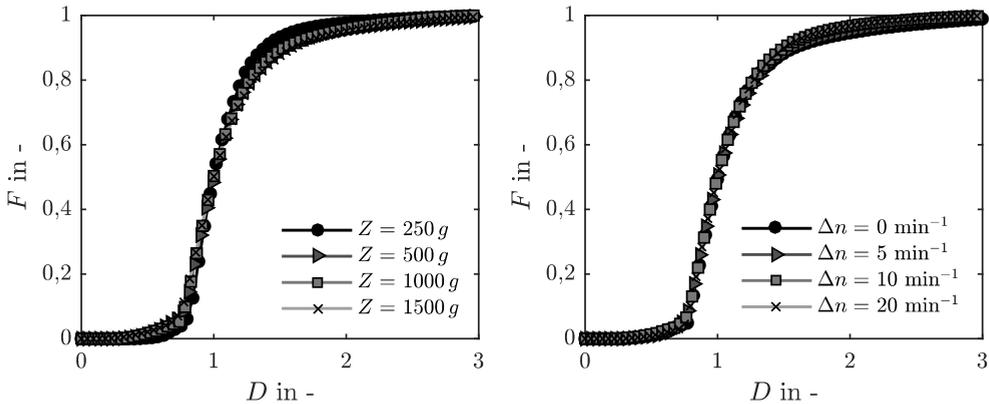


Abbildung 5.5: Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer für eine Wehrhöhe von $h = 10$ mm und einen Volumenstrom von $\dot{V} = 45$ l/h. Links: Variation der Zentrifugalbeschleunigung. Rechts: Einfluss der Differenzdrehzahl auf die Verweilzeitverteilung für $Z = 1000$ g.

Die Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer unter Variation der Zentrifugalbeschleunigung ist auf der linken Seite in Abbildung 5.5 dargelegt. Ein Vergleich der einzelnen Messungen zeigt dass mit der Erhöhung der Zentrifugalbeschleunigung die Breite der Verweilzeitverteilung annähernd konstant bleibt. Dies spricht für eine gleichbleibende axiale Dispersion in der Labor-Dekantierzentrifuge. Die maximale relative Abweichung von $Z = 250$ g und $Z = 1500$ g bei einer Durchströmungsziffer von $D = 1,5$ beträgt $\Delta F = 5$ %. Entscheidend für den charakteristischen Verlauf der Verweilzeitverteilung ist die Rückvermischung im Apparat. So kommt es durch die Erhöhung der Zentrifugalbeschleunigung vor allem im Zulaufbereich vermehrt zu Wirbelbildung infolge unzureichender Beschleunigung der Suspension. Dies wiederum führt zu erhöhter axialer Dispersion.

Einen weiteren Einflussparameter stellt die Differenzdrehzahl zwischen Trommel und Schnecke dar. So kann es durch die Steigerung der Differenzdrehzahl zur Ausbildung von Sekundärströmungen im Schneckenkanal kommen, welche die Abtrennung des Feststoffs negativ beeinflussen. Die rechte Seite in Abbildung 5.5 zeigt jedoch keinen Einfluss der Steigerung der Differenzdrehzahl auf das Verweilzeitverhalten. Dies lässt die Schlussfolgerung zu, dass für die Labormaschine im gemessenen Bereich keine Ausbildung von Sekundärströmungen einhergeht. Frost [61] kommt bei der experimentellen Verweilzeitmessung einer Gegenstrom-Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab auf das gleiche Ergebnis. Im weiteren Verlauf soll der Einfluss der Wehrhöhe auf die Verweilzeitverteilung überprüft werden. So führt ein tieferer Teich während des Betriebs zu einem Anstieg der Verweilzeit im Apparat und zur Abscheidung auch feiner Partikelfractionen.

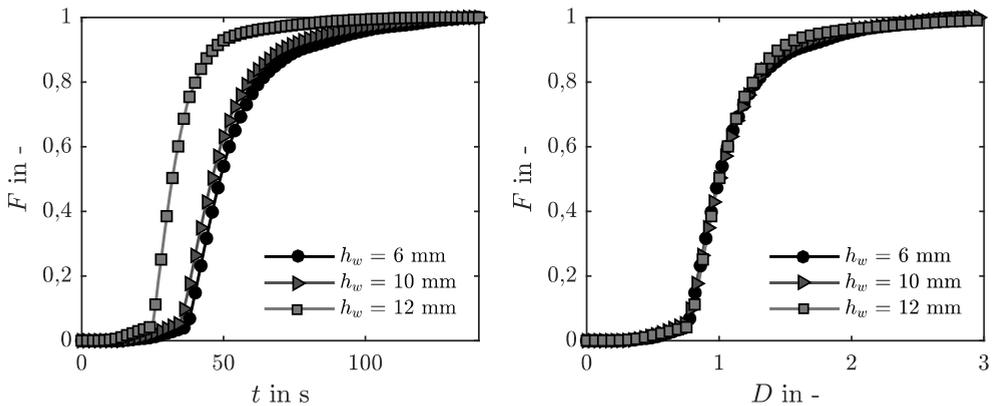


Abbildung 5.6: Verweilzeitverteilung als Funktion der Zeit (links) sowie der Durchströmungsziffer (rechts) für drei Wehrhöhen $h_w = 6$ mm, 10 mm und 12 mm, eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000g$ und einen Volumenstrom von $\dot{V} = 45$ l/h.

Die linke Seite in Abbildung 5.6 vergleicht die Verweilzeitverteilung unter Variation der Wehrhöhe exemplarisch für einen Volumenstrom $\dot{V} = 45$ l/h und eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000g$. Es ist festzustellen, dass sich die Verweilzeitverteilungen für einen tieferen Teich h_w nach rechts hin zu höheren Verweilzeiten verschieben. Als Grund hierfür ist das größere Flüssigkeitsvolumen des Teichs zu nennen. Daraus resultiert eine längere Aufenthaltszeit der Markierungssubstanz im Apparat. Die rechte Seite in Abbildung 5.6 stellt die Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer für die bereits beschriebenen Einstellungen dar. Beim Vergleich der einzelnen Kurven ist festzustellen, dass eine gute Übereinstimmung der gemessenen Kurven auch für unterschiedliche Wehrhöhen vorhanden ist. Dies lässt wiederum den Schluss zu, dass sich zwar die Strömungsgeschwindigkeiten im Flüssigkeitspool und dadurch die mittlere Verweilzeit ändert, jedoch nicht die Strömungsbedingungen.

Zusammengefasst ist der Einfluss des Volumenstroms, der Drehzahl, der Differenzdrehzahl und der Wehrhöhe auf die axiale Dispersion im Flüssigkeitsbetrieb vernachlässigbar. Dies deckt sich mit experimentellen Ergebnissen von Frost [61] für die Verweilzeitverteilung im Flüssigkeitsbetrieb einer Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab.

Abbildung 5.7 zeigt die Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer für die in dieser Arbeit untersuchte Labor-Dekantierzentrifuge und der Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab aus der Dissertation von Frost [61]. Die Verweilzeitverteilung gemessen im Flüssigkeitsbetrieb weist eine gute Übereinstimmung für die Dekantierzentrifuge des Labor- und Pilotmaßstabs auf. Für den Suspensionsbetrieb bei $\phi_0 = 3$ Vol.-% und $\phi_0 = 6$ Vol.-% weichen die Kurven deutlich von denen des Flüssigkeitsbetriebs ab.

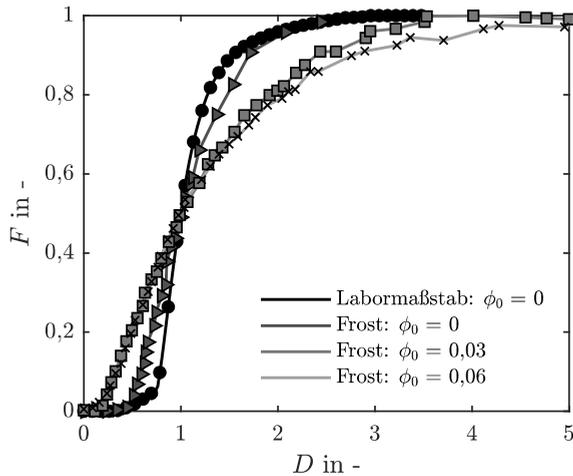


Abbildung 5.7: Vergleich der Verweilzeitverteilung der Labor-Dekantierzentrifuge mit experimentellen Daten für eine Pilotmaschine nach Frost [61].

Frost [61] gibt für den Suspensionsbetrieb eine Beeinflussung der Abscheidung auf die Verweilzeitverteilung an. So werden Spurstoffelemente im flüssigkeitsgesättigten Haufwerk eingeschlossen und wieder zu einem späteren Zeitpunkt durch Umwälzbewegungen des Haufwerks freigegeben. Durch den systematischen Fehler bei der experimentellen Verweilzeitmessung im Suspensionsbetrieb ist kein direkter Vergleich der gemessenen Verweilzeitverteilungen möglich.

5.3.3 Axiale Dispersion und Bodenstein-Zahl

Baerns [62] fasst unterschiedliche Ansätze zur Modellierung der Verweilzeitverteilung zusammen. Ein weitverbreitetes Modell zur Beschreibung von Apparaten in der chemischen Verfahrenstechnik stellt das Dispersionsmodell dar. Dieser Ansatz leitet sich aus einem idealen Strömungsrohr und der Annahme einer Rückvermischung ab. Der Mischvorgang erfolgt nicht aufgrund von molekularer Diffusion, sondern durch die Ausbildung von Wirbeln und Kurzschlussströmungen. Zur theoretischen Beschreibung dieses Falls wird ein zweiter Term in die Massenerhaltung eingefügt, der die axiale Rückvermischung beschreibt. Das Antwortsignal der pulsformigen Eingabe eines Spurstoffs ergibt sich aus der Stoffbilanz:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -v \frac{\partial c}{\partial z} + D_{ax} \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}. \quad (5.4)$$

Hier ist v die Strömungsgeschwindigkeit, z ist die Raumkoordinate und D_{ax} ist der axiale Dispersionskoeffizient. Zur dimensionslosen Darstellung von Gleichung 5.4 wird die Bodenstein-Zahl

$$Bo = \frac{v \cdot l}{D_{ax}}, \quad (5.5)$$

eingeführt. Die Bodenstein-Zahl stellt das Verhältnis aus Konvektion zu Dispersion dar. Durch Einsetzen der entdimensionierten Länge $Z = z/l$ sowie der Durchströmungsziffer D in Gleichung 5.4 folgt die dimensionslose Form des Dispersionsmodells zu:

$$\frac{\partial c}{\partial D} = -\frac{\partial c}{\partial Z} + \frac{1}{Bo} \frac{\partial^2 c}{\partial Z^2}. \quad (5.6)$$

Die Lösung des Dispersionsmodells in der gezeigten Form ist ausschließlich numerisch möglich. Für diesen Fall werden drei Zustände unterschieden: das geschlossene, das halbseitig offene und das beidseitig offene System. Eine Dekantierzentrifuge entspricht dem Fall eines beidseitig offenen Systems mit einem Zu- und einem Ablauf. Der Feststoffaustrag am konischen Teil wird hier nicht berücksichtigt. Nach Fitzer [63] ergibt sich eine analytische Näherungslösung

$$F(t) = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{Bo^{0.5}}{2} \frac{1-D}{D^{0.5}} \right) \right], \quad (5.7)$$

für Gleichung 5.6 unter der Annahme, dass der Verfahrensraum unendlich ausgeht sei und keine Diskontinuitäten in Bezug auf die axiale Dispersion vorhanden sind. Fitzer [63] gibt die Grenze der Gültigkeit dieser Gleichung für Bodenstein-Zahlen oberhalb von $Bo > 50$ an. Nachfolgend wird die analytische Näherungslösung zur Anpassung der gezeigten experimentellen Verweilzeitverteilungen angewendet. Das Verfahren der Wahl stellt die nicht-lineare Regression mittels den kleinsten Fehlerquadraten dar.

Abbildung 5.8 zeigt die normierte Darstellung der Bodenstein-Zahl in Abhängigkeit der Reynolds-Zahl unter Variation der Wehrhöhe von $h_w = 6$ mm, 10 mm und 12 mm. Wie bereits beschrieben ergibt sich die Bodenstein-Zahl aus der nicht-linearen Anpassung der bereits dargestellten experimentellen Daten der Verweilzeitmessung. Die Reynolds-Zahl berechnet sich aus der mittleren Strömungsgeschwindigkeit, dem hydraulischen Durchmesser des Schneckenkanals und der kinematischen Viskosität von Wasser bei 20°. Es lässt sich ableiten, dass im gesamten Messbereich kein Einfluss der Wehreinrichtung auf die axiale Dispersion während der Durchströmung der Maschine vorhanden ist. Vielmehr liegen die gemessenen Werte der Bodenstein-Zahl in einem Bereich zwischen $20 < Bo < 30$. Aus der Literatur folgt für diesen Bereich eine moderate Rückvermischung, was darauf zurückzuführen ist, dass der konvektive Transport der Fluidelemente die Durchströmung der Dekantierzentrifuge dominiert.

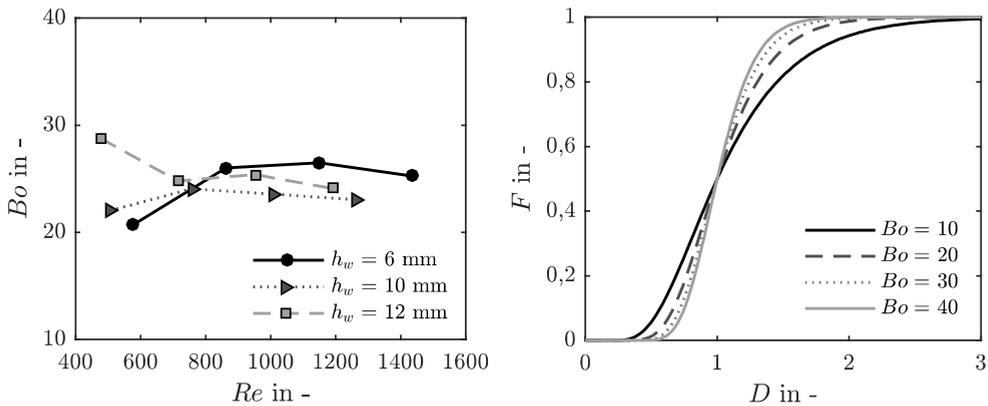


Abbildung 5.8: Bodenstein-Zahl als Funktion der Reynolds-Zahl (links) sowie die Verweilzeitverteilung unter Variation der Bodenstein-Zahl (rechts).

Vergleicht man die ermittelten Werte der Bodenstein-Zahl mit den Ergebnissen nach Frost [61], so liegen diese in einem ähnlichen Größenbereich. Für den Flüssigkeitsbetrieb ergibt sich eine Bodenstein-Zahl von $Bo = 10$. Die Abweichung ist hier auf den deutlich größeren Einfluss der Vorbeschleunigung für die Maschine im Pilotmaßstab zurückzuführen. Der radiale Abstand zwischen Vorbeschleunigung und Flüssigkeitsoberfläche beträgt für die Labor-Dekantierzentrifuge für eine Wehrhöhe von $h_w = 6$ mm gerade einmal $\Delta R = 9$ mm. Dieser Abstand fällt für Maschinen im Pilot- und Industriemaßstab deutlich größer aus.

Die rechte Seite in Abbildung 5.8 stellt die Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer für Bodenstein-Zahlen von $Bo = 10, 20, 30$ und 40 dar. Es zeigt sich, ausgehend der theoretischen Betrachtung mittels Gleichung 5.7, dass sich die Breite der Verweilzeitverteilung mit Erhöhung der Bodenstein-Zahl verringert. Weiterhin fällt der Einfluss durch die Verringerung der axialen Dispersion, was einer Steigerung der Bodenstein-Zahl entspricht, im Bereich von $20 < Bo < 40$ moderat aus. Deutliche Unterschiede sind im Bereich zwischen $Bo = 10$ und $Bo = 20$ zu erkennen.

5.4 Charakterisierung des Systemverhaltens

Neben der experimentellen Verweilzeitmessung durch Aufgabe eines Spurstoffs, stellt die sprunghafte Änderung von Materialeigenschaften am Zulauf oder der Prozessbedingungen eine weitere Methode zur Ermittlung des Antwortverhaltens am Überlauf der Labor-Dekantierzentrifuge dar.

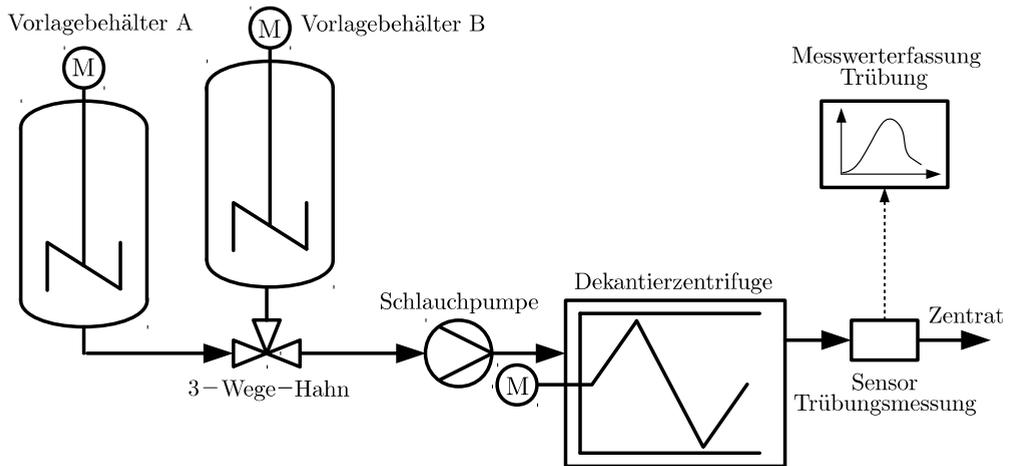


Abbildung 5.9: Fließschema zur experimentellen Ermittlung des Antwortverhaltens nach der sprunghaften Änderung von Prozessbedingungen oder Materialeigenschaften.

Bei der Charakterisierung des Systemverhaltens wird die Zentrifuge als „Black-Box“ betrachtet und die Sprungantwort am Überlauf nach Aufgabe einer Sprungfunktion detektiert. Eine orts aufgelöste Ermittlung der Strömungsbedingungen ist mit dieser Methode jedoch nicht möglich. Für die meisten Apparate zeigt sich nach Aufgabe der Sprungfunktion eine lineare zeitvariante Sprungantwort, welche mathematisch durch Regelgrößen und mathematische Modelle beschreibbar ist. Ein Nachteil dieses Verfahrens stellt die Ableitung der Regelgrößen aus der Sprungantwort dar. Das gemessene Antwortverhalten ist hier nur im Messintervall gültig und basiert in der Regel auf keinem physikalischen Modell. Eine Extrapolation mit den gewonnenen Regelgrößen ist daher nicht sinnvoll.

Die systemtechnische Charakterisierung der Labor-Dekantierzentrifuge erfordert die experimentelle Untersuchung einer Vielzahl von Einflussgrößen. So ist es denkbar, dass sich während des Betriebs neben den Materialeigenschaften wie der Partikelgrößenverteilung und der Feststoffkonzentration am Zulauf auch die Prozessbedingungen ändern. Die nachfolgend gezeigten Versuche wurden an der Labor-Dekantierzentrifuge mit dem Produkt PVC P70 durchgeführt. Es sei darauf hingewiesen, dass die experimentelle Verweilzeitmessung im Flüssigkeitsbetrieb durchgeführt wurde. Dieser Abschnitt zeigt abweichend davon die Versuche zur Ermittlung des Systemverhaltens für die Labor-Dekantierzentrifuge im Suspensionsbetrieb. Abbildung 5.9 illustriert schematisch das Fließschema zur experimentellen Untersuchung des Antwortverhaltens der Labor-Dekantierzentrifuge nach Aufgabe einer sprunghaften Änderung der Prozessbedingungen oder Materialeigenschaften.

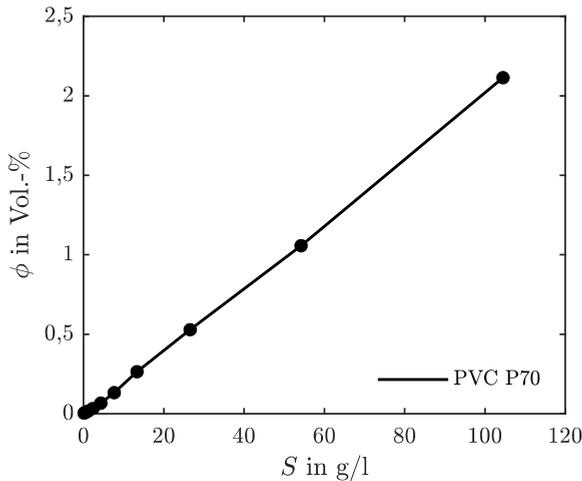


Abbildung 5.10: Verlauf der Kalibrierkurve für PVC P70 zur Trübungsmessung mittels des Streulichtensors WTW ViSolid 700 IQ am Überlauf der Labor-Dekantierzentrifuge.

Dabei unterscheidet sich der experimentelle Aufbau je nach untersuchten Parametern. Für die sprunghafte Änderung der Prozessbedingungen wird eine Konfiguration bestehend aus Vorlagebehälter A gewählt. Vorlagebehälter B bleibt dabei unberücksichtigt. Zur Charakterisierung des Antwortverhaltens nach sprunghafter Änderung der Materialeigenschaften wird die Konfiguration mit beiden Vorlagebehältern A und B eingesetzt. Vor den jeweiligen Versuchen wird die Suspension so lange gerührt, bis sich eine homogene Durchmischung einstellt und sich die Partikelgrößenverteilung nicht mehr ändert. Hierzu werden Proben mittels der CPS-Scheibenzentrifuge analysiert. Danach wird die Suspension durch eine Schlauchpumpe in die Maschine gefördert und anschließend die Feststoffkonzentration am Überlauf mittels eines Trübungsmessgeräts zeitlich erfasst. Als Sensor dient die Streulichteinheit WTW ViSolid 700 IQ mit Durchflusszelle zur Online-Messung. Der Streulichtsensor beinhaltet zwei Detektoren, die in einem 180° Winkel die Lichtstreuung messen. Der Emitter sendet eine Infrarotstrahlung aus. Die Rückstrahlung des gesendeten Lichts wird anschließend durch den auf dem Sensor verbauten Detektor gemessen.

Die Online-Messung der Trübung mittels des bereits beschriebenen Streulichtensors WTW ViSolid 700 IQ erfordert die Kalibrierung für das untersuchte Produkt und ist für das PVC P70 in Abbildung 5.10 dargestellt. Dabei wird eine Anpassungsfunktion des internen Sensorsignals S in Abhängigkeit des Feststoffvolumenanteils durch eine Verdünnungsreihe ermittelt und in der Messdatenerfassung hinterlegt. Die Angabe des Sensorsignals bezieht sich hier auf ein internes Referenzmaterial. Konrath [54] zeigt ein abweichendes Ergebnis der Sensorkalibrierung und der gravimetrischen Messung. So liegen die gravimetrischen

Messungen des Zentrats immer unterhalb der Werte der Trübungsmessung mit dem Sensor ViSolid 700 IQ. Die Verschiebung beider Analysemethoden der Feststoffkonzentration bleibt jedoch über die Zeit konstant. Aus diesem Grund wird für die nachfolgend gezeigten experimentellen Ergebnisse jeweils der stationäre Anfangs- und Endzustand gravimetrisch ermittelt und die Trübungsmessung mit diesen Werten korrigiert.

Die experimentelle Charakterisierung der sprunghaften Änderung der Partikelgrößenverteilung oder Feststoffkonzentration am Zulauf wird mittels manuellem Umschalten eines Drei-Wege-Hahns abgebildet. Das Verweilzeitverhalten des Aufbaus wurde mittels der Trübungsmessung analysiert und es bildet sich annähernd eine Pfropfenströmung in den Schläuchen aus. Dies ermöglicht es, die zeitlichen Verläufe ausgehend der ermittelten Totzeiten, welche durch die Verbindung des Drei-Wege-Hahns und dem Zulauf der Labor-Dekantierzentrifuge entstehen, zu korrigieren.

5.4.1 Antwortverhalten auf die Änderung von Prozessbedingungen

In diesem Abschnitt wird das Antwortverhalten auf die sprunghafte Änderung der Prozessbedingungen im Suspensionsbetrieb untersucht. Im Wesentlichen sind die Hauptdrehzahl, der Volumenstrom und die Differenzdrehzahl die einstellbaren Prozessbedingungen. Im weiteren Verlauf wird der Einfluss einer sprunghaften Änderung der Differenzdrehzahl auf die Abscheidung nicht weiter untersucht. Es sei darauf hingewiesen, dass die sprunghafte Änderung der Prozessbedingungen nicht bei hoher Zentrifugalbeschleunigung und vollständig geklärtem Zentrat durchgeführt wurden, sondern bei niedriger Drehzahl. Dabei wurde der Messbereich der Zustandsänderung so gewählt, dass das Zentrat nie vollständig geklärt vorliegt. Bei geklärter Suspension ist eine Messwerterfassung dynamischer Vorgänge mit dem gezeigten Messaufbau nicht möglich.

Sprunghafte Änderung der Zentrifugalbeschleunigung

Die linke Seite in Abbildung 5.11 stellt die sprunghafte Erhöhung der Zentrifugalbeschleunigung für einen Volumenstrom von $\dot{V} = 30$ l/h, eine Wehrhöhe von $h = 6$ mm und einen Feststoffvolumenanteil von $\phi_{in} = 2$ Vol.-% dar. Als Ausgangszustand dient $Z = 100$ g. Nach dem Anfahrvorgang der Labor-Dekantierzentrifuge stellt sich ein konstanter Feststoffvolumenanteil von $\phi = 1$ Vol.-% am Überlauf ein. Es sei darauf hingewiesen, dass es sich beim Antrieb von Rotor und Schnecke um zwei separat steuerbare Riemenantriebe handelt. Dies führt bei einer Erhöhung oder Verringerung der Drehzahl zu Verzögerungen bei der Beschleunigung des Rotors. Die Verzögerung beträgt hier ca. $t = 3$ s. Dies ist jedoch im Vergleich zur Gesamtlaufzeit der Versuche vernachlässigbar.

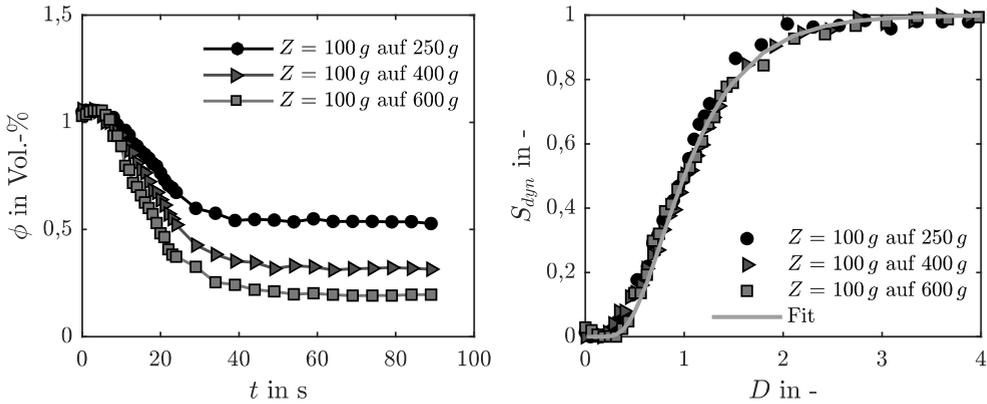


Abbildung 5.11: Links: Zeitlicher Verlauf der Feststoffkonzentration einer PVC-Wasser Suspension am Überlauf der Zentrifuge nach sprunghafter Änderung der Drehzahl für $\dot{V} = 30\text{ l/h}$, $h = 6\text{ mm}$ sowie $\phi_{in} = 2\text{ Vol.-%}$. Rechts: Normierte dynamische Änderung als Funktion der Durchströmungsziffer.

Die dargestellten Kurvenverläufe zeigen, dass sich nach sprunghafter Änderung der Zentrifugalbeschleunigung kein ideales Antwortverhalten einstellt. Vielmehr kommt es infolge von Verwirbelungen und Totzonen zu einer zeitlichen Änderung der Feststoffkonzentration am Überlauf bis zum Erreichen des neuen stationären Zustands. Durch die Beschleunigung des Rotors ändert sich das Verhältnis aus Sedimentationszeit und Verweilzeit zugunsten einer schnelleren Separation und die Abscheideeffizienz steigt an. Außerdem ist zu erwähnen, dass sich der neue stationäre Zustand nach einer Zeit von $t = 40\text{ s}$ einstellt. Die linke Seite in Abbildung 5.11 erlaubt ausschließlich einen qualitativen Vergleich der Kurvenverläufe. Aus diesem Grund sind zur besseren Vergleichbarkeit sämtliche Messungen zwischen dem stationären Anfangs- und dem Endzustand normiert. Dies wird im weiteren Verlauf als normierte dynamische Änderung

$$S_{dyn} = \frac{|\phi_{start} - \phi(t)|}{|\phi_{ende} - \phi_{start}|}, \quad (5.8)$$

bezeichnet. Hier ist ϕ_{start} die Feststoffkonzentration des Ausgangszustands, $\phi(t)$ die Feststoffkonzentration zum Zeitpunkt t und ϕ_{ende} die Feststoffkonzentration des Endzustands nach Erreichen des neuen stationären Zustands. Die normierte dynamische Änderung ist im Intervall $0 < S_{dyn} < 1$ definiert. Die Normierung der einzelnen Kurvenverläufe kann auch als Verweilzeitverteilung der dynamischen Änderung angesehen werden. Zur Berechnung der Durchströmungsziffer wird die Zeit auf die effektive mittlere Verweilzeit bezogen. Für eine Durchströmungsziffer von $D(S_{dyn} = 0,5) = 1$ ist die Hälfte der Zustandsänderung abgeschlossen. Die rechte Seite in Abbildung 5.11 zeigt den Vergleich der normierten dynamischen Änderung als Funktion der Durchströmungsziffer für die Erhöhung der

Zentrifugalbeschleunigung. Es ist deutlich zu erkennen, dass die sprunghafte Erhöhung der Zentrifugalbeschleunigung keinen signifikanten Einfluss auf das dynamische Verhalten der Maschine hat. Der neue stationäre Zustand stellt sich für $D = 2$ ein. Dies ist gleichbedeutend damit, dass sich der neue stationäre Zustand nach etwa dem Zweifachen der effektiven mittleren Verweilzeit einstellt.

Sprunghafte Änderung des Volumenstroms

Das Antwortverhalten bei der sprunghaften Änderung des Volumenstroms wird im folgenden Abschnitt genauer betrachtet. Die zeitlichen Verläufe des Feststoffvolumenanteils am Überlauf nach sprunghafter Änderung des Zulaufvolumenstroms unter Variation der Zentrifugalbeschleunigung sind auf der linken Seite in Abbildung 5.12 dargestellt. Die sprunghafte Erhöhung des Volumenstroms zeigt für $Z = 100\text{ g}$ und $Z = 250\text{ g}$ eine stetige Veränderung der Feststoffkonzentration am Überlauf der Zentrifuge bis zum Erreichen des neuen stationären Zustands. Hier hängt der zeitliche Verlauf der Feststoffkonzentration vom eingestellten Volumenstrom ab. Im Gegensatz zur sprunghaften Änderung auf $\dot{V} = 45\text{ l/h}$ wird der stationäre Endzustand für eine sprunghafte Änderung auf $\dot{V} = 60\text{ l/h}$ deutlich früher erreicht. Außerdem bildet sich für die gezeigten Verläufe kein ideales Antwortverhalten aus. Vielmehr lässt das dynamische Verhalten auf einen Einfluss der Strömungsbedingungen schließen. So scheint es, dass sich in der Zentrifuge ein Strömungsprofil ausbildet und der konvektive Transport zu axialer und radialer Dispersion führt. Infolgedessen werden die einzelnen Partikelfractionen gleicher Größe zu unterschiedlichen Zeitpunkten ausgetragen.

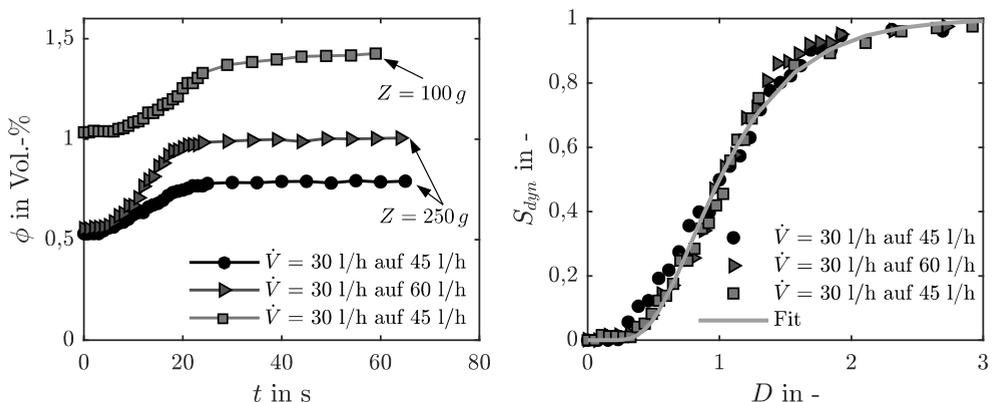


Abbildung 5.12: Zeitlicher Verlauf des Feststoffvolumenanteils einer PVC-Wasser Suspension am Überlauf der Zentrifuge nach sprunghafter Änderung des Volumenstroms (links). Normierte dynamische Änderung als Funktion der Durchströmungsziffer (rechts).

Wie bereits für die Variation der Zentrifugalbeschleunigung wird auch für die Volumenstromänderung die Normierung zwischen dem stationären Anfangs- und Endzustand durchgeführt. Die rechte Seite in Abbildung 5.12 stellt die normierten dynamischen Änderungen als Funktion der Durchströmungsziffer dar. Die gezeigten Kurvenverläufe liegen übereinander und die relative Abweichung beträgt $\Delta S_{dyn} = 5 \%$. Der Fit der dynamischen Änderung wurde mittels des Dispersionsmodells aus Gleichung 5.7 durchgeführt. Für die sprunghafte Änderung des Volumenstroms ergibt sich eine Bodenstein-Zahl von $Bo = 9$. Des Weiteren sei zu erwähnen, dass sich für die dynamische Änderung zwei Kurvenverläufe ableiten lassen.

5.4.2 Antwortverhalten auf die Änderung der Materialeigenschaften

Während des Betriebs einer Dekantierzentrifuge kann es zu Produktschwankungen hinsichtlich der Feststoffkonzentration oder der Partikelgrößenverteilung am Zulauf kommen. Hier stellt sich in Bezug auf das dynamische Verhalten die Frage, wie das Antwortverhalten auf eine solche Änderung ausfällt. Es sei hier zu erwähnen, dass dies vor allem dann von Interesse ist, wenn ein vollautomatisierter Prozess angestrebt wird. Daher wird im Folgenden der Einfluss einer Zustandsänderung der Feststoffkonzentration und Partikelgrößenverteilung am Zulauf auf die Trübung des Zentrats untersucht. Das Fließschema der experimentellen Untersuchung der dynamischen Änderung ist in Abbildung 5.9 des vorangegangenen Abschnitts dargestellt.

Sprunghafte Änderung der Feststoffkonzentration

Die Änderung der Feststoffkonzentration während des Betriebs stellt einen praxisrelevanten Fall einer Zustandsänderung dar. So ist es denkbar, dass es im vorgeschalteten Vorlagebehälter zu Entmischungseffekten in der Suspension kommt und infolgedessen die Feststoffkonzentration am Zulauf schwankt. Aus diesem Grund wird das Antwortverhalten auf eine sprunghafte Änderung der Feststoffkonzentration im weiteren Verlauf genauer beschrieben. Abbildung 5.13 zeigt das Antwortverhalten auf die sprunghafte Änderung der Feststoffkonzentration am Zulauf. Als Produkt dienen zwei PVC-Suspensionen unterschiedlicher Feststoffkonzentration. Im Vorlagebehälter A lag nach dem Einrühren ein Feststoffvolumenanteil von $\phi_{in} = 2 \text{ Vol.-%}$ vor. Für Vorlagebehälter B wurde $\phi_{in} = 3 \text{ Vol.-%}$ gewählt. Der pH-Wert beider Suspensionen wurde auf $pH = 11$ eingestellt und die Suspension so lange gerührt, bis sich die mittels der CPS-Scheibenzentrifuge gemessenen Partikelgrößenverteilungen beider Vorlagebehälter angleichen. Vor der sprunghaften Änderung der Feststoffkonzentration wird die Labor-Dekantierzentrifuge mit dem Produkt aus Vorlagebehälter A in den stationären Zustand gefahren. Anschließend wird die Feststoffkonzentration sprunghaft durch manuelles Betätigen des Drei-Wege-Hahns auf Vorlagebehälter B umgestellt.

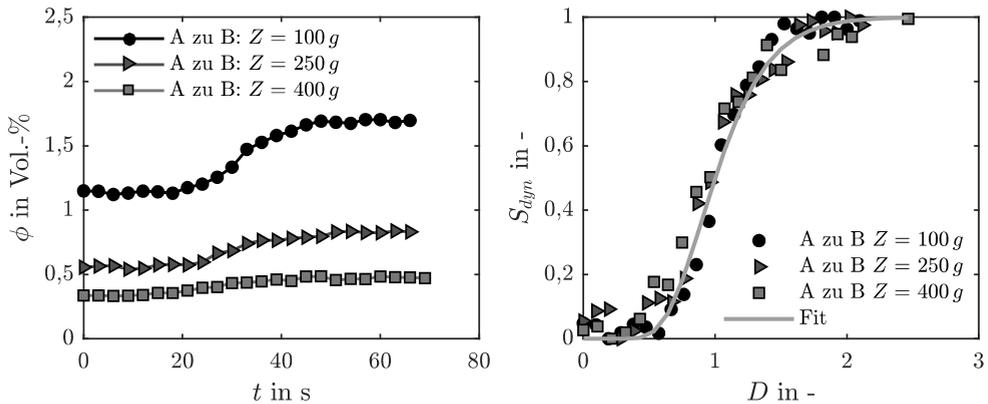


Abbildung 5.13: Zeitlicher Verlauf der Feststoffkonzentration am Überlauf nach sprunghafter Änderung am Zulauf unter Variation der Zentrifugalbeschleunigung, bei konstantem Volumenstrom von $\dot{V} = 30\text{ l/h}$ und einer Wehrhöhe von $h = 6\text{ mm}$.

Nach einer definierten Totzeit ändert sich die Feststoffkonzentration in der Maschine und dadurch auch das Antwortverhalten am Überlauf. Die hier dargestellten Messpunkte wurden bereits ausgehend der vorhandenen Totzeiten der Schläuche korrigiert. Nach einer Totzeit von $t = 20\text{ s}$ wird die erste Änderung der Feststoffkonzentration am Überlauf detektiert und nach $t = 50\text{ s}$ ist der neue stationäre Zustand erreicht. Der Grund für das dynamische Verhalten hängt mit den hydrodynamischen Wechselwirkungen durch Erhöhung der Feststoffkonzentration zusammen. Dadurch steigt die Sedimentationszeit in der Maschine an. Für konstante Prozessbedingungen führt dies zu einer Verringerung der Abscheideeffizienz.

Dabei zeigt sich für die Variation der Zentrifugalbeschleunigung ein deutlich größerer Einfluss auf die Änderung der Feststoffkonzentration am Überlauf für $Z = 100\text{ g}$ im Vergleich zu $Z = 400\text{ g}$. Der Grund hierfür ist in der Klassierung des Produktes während der Änderung der Feststoffkonzentration zu finden. Für eine hohe Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 400\text{ g}$ wird ein Großteil des Produktes bereits abgeschieden und eine Änderung der Feststoffkonzentration und damit der hydrodynamischen Wechselwirkungen hat einen geringen Einfluss. Für eine niedrige Zentrifugalbeschleunigung dominieren die hydrodynamischen Wechselwirkungen im Vergleich zur Zentrifugalbeschleunigung und die sprunghafte Änderung der Feststoffkonzentration am Zulauf hat einen erheblichen Einfluss auf die Abscheideeffizienz.

Die rechte Seite in Abbildung 5.13 stellt den Zusammenhang der normierten dynamischen Änderung und der Durchströmungsziffer für die einzelnen Messungen dar. Jedoch ist mittels der Darstellung der normierten dynamischen Änderung festzustellen, dass eine deutlich größere Schwankungsbreite der experimentellen Daten vorliegt. Jedoch zeigt sich ein näherungsweise

einheitliches Verhalten mit einer relativen Abweichung von $\Delta S_{dyn} = 10\%$. Die gewonnenen Daten der normierten dynamischen Änderung wurden ausgehend von Gleichung 5.7 angepasst.

Sprunghafte Änderung der Partikelgrößenverteilung

Die Partikelgrößenverteilung am Zulauf stellt eine weitere wichtige Materialeigenschaft dar, welche das Separationsverhalten in Dekantierzentrifugen erheblich beeinflusst. Es ist während des Betriebs von Dekantierzentrifugen denkbar, dass sich die Partikelgrößenverteilung am Zulauf ändert. Gründe hierfür liegen in Temperaturwechseln während der Kristallisation oder Produktschwankungen während der Produktformulierung. Für beide Fälle ist die Charakterisierung des Antwortverhaltens auf die Änderung der Partikelgrößenverteilung notwendig. Im Folgenden wird das Antwortverhalten auf die sprunghafte Änderung der Partikelgrößenverteilung am Zulauf dargestellt. Dabei wird das Antwortverhalten der sprunghaften Änderung der Partikelgrößenverteilung ebenfalls durch Trübungsmessung am Zentrats erfasst. Bei der Streulichtmessung der PVC-Suspension ergibt sich daraus die Fragestellung, welchen Einfluss eine Änderung der Partikelgrößenverteilung auf das Messergebnis der Streulichtmessung hat. Weitere Hinweise zu diesem Thema beschreibt Konrath [54]. Ausgehend von den experimentellen Untersuchungen von Konrath [54] zur Streulichtmessung an PVC-Suspensionen wurde für die Variation der Partikelgrößenverteilung jeweils der Feststoffgehalt des stationären Anfangs- und Endzustands gravimetrisch bestimmt und anschließend das Ergebnis der Streulichtmessung darauf normiert. Die Feststoffkonzentration beider Vorlagebehälter beträgt $\phi_{in} = 2\text{ Vol.-%}$.

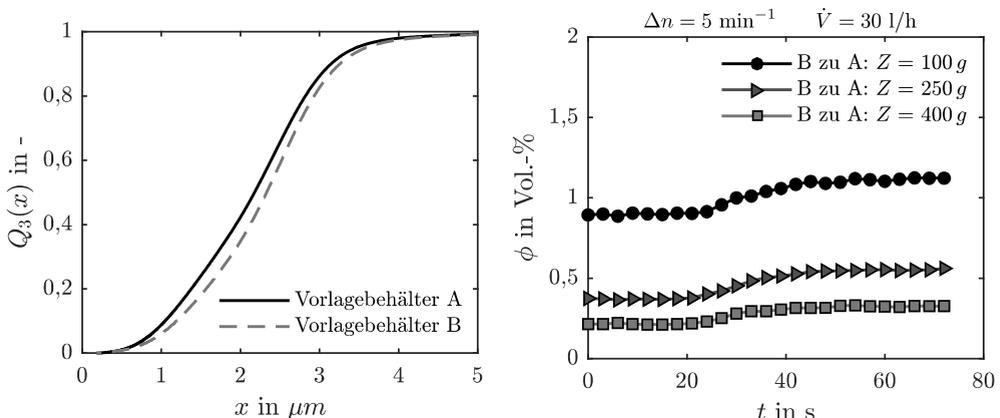


Abbildung 5.14: Links: Partikelgrößenverteilungen der PVC-Suspensionen für Vorlagebehälter A und B. Rechts: Feststoffvolumenanteil des Zentrats als Funktion der Zeit nach sprunghafter Änderung der Partikelgrößenverteilung des Zulaufs.

Abbildung 5.14 zeigt auf der linken Seite die eingestellten Partikelgrößenverteilungen von Vorlagebehälter A und B. Die gewünschte Partikelgrößenverteilung wird durch die Variation des pH-Wertes eingestellt. Ausgehend vom Zeta-Potential der PVC-Suspension wurde für Behälter A ein pH-Wert $pH_A = 11$ eingestellt. Dies entspricht einer vollständig stabilisierten Suspension mit einem Zeta-Potential von $\zeta_A = -80$ mV. Der pH-Wert des Vorlagebehälters B beträgt $pH_B = 8$, was einem Zeta-Potential von $\zeta_B = -60$ mV entspricht. Die Verschiebung des Zeta-Potentials führt hier zu einer Änderung der Partikelgrößenverteilung in Vorlagebehälter B hin zu größeren Partikelfraktionen. Es ergibt sich für den mittleren Partikeldurchmesser im Vorlagebehälter A ein Wert von $x_{50,3} = 2,17$ μm und für Vorlagebehälter B von $x_{50,3} = 2,34$ μm . Die rechte Seite in Abbildung 5.14 legt exemplarisch die zeitliche Änderung des Feststoffvolumenanteils des Zentrats für die sprunghafte Änderung der Partikelgrößenverteilung von Vorlagebehälter B auf Vorlagebehälter A dar. Als Prozessbedingungen wurde eine Differenzdrehzahl von $\Delta n = 5$ min^{-1} , eine Wehrhöhe von $h = 6$ mm und ein Zulaufvolumenstrom von $\dot{V} = 30$ l/h eingestellt.

Der Vergleich der Messung der Feststoffkonzentration am Überlauf zeigt zu Beginn für Zustand B das zu erwartende Verhalten. So sinkt die Gesamtmenge an Feststoff mit Steigerung der Zentrifugalbeschleunigung von $\phi = 0,9$ Vol.-% für $Z = 100$ g auf $\phi = 0,2$ Vol.-% für $Z = 400$ g. Die sprunghafte Änderung der Partikelgrößenverteilung des Zulaufs durch Umschalten des 3-Wege-Hahns von Suspension B auf Suspension A führt zu einer Verschiebung der Partikelgrößenverteilung hin zu feineren Partikeln. Die zu überbrückende Totzeit bis zur erstmaligen Detektion einer Änderung der Feststoffkonzentration am Überlauf beträgt $t = 20$ s. Danach kommt es für alle Kurven zu einem Anstieg der Feststoffkonzentration am Überlauf durch die Veränderung der Partikelgrößenverteilung.

Als Grund sei die Änderung der trenntechnischen Materialeigenschaften genannt. Durch die Abhängigkeit der Sinkgeschwindigkeit $v_s \sim x^2$ vom Partikeldurchmesser verändert sich die Sedimentationszeit der in die Zentrifuge einströmenden Partikelfraktionen und es kommt zu einer Verschiebung der Partikelgrößenverteilung am Überlauf und somit auch der Feststoffkonzentration. Die Änderung der Feststoffkonzentration liegt in einem Zeitintervall von $t = 20$ s bis $t = 50$ s vor. Der neue stationäre Zustand wird nach einer Zeit von $t = 50$ s für den eingestellten Volumenstrom vom $\dot{V} = 30$ l/h erreicht. Es sei darauf hingewiesen, dass sich trotz der geringen Verschiebung der Partikelgrößenverteilung von Zustand B auf Zustand A eine erhebliche Beeinflussung des Separationsvorgangs und somit auf die Abscheideeffizienz einstellt. Für die normierte dynamische Änderung der sprunghaften Änderung der Drehzahl, des Volumenstroms, des Feststoffvolumenanteils und der Partikelgrößenverteilung wurde eine nicht-lineare Regression ausgehend von Gleichung 5.7 durchgeführt.

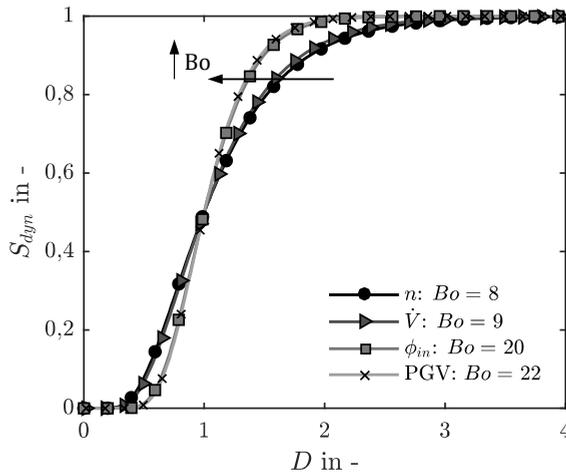


Abbildung 5.15: Normierte dynamische Änderung als Funktion der Durchströmungsziffer für die vier gezeigten Zustandsänderungen.

Daraus leiten sich wiederum vier charakteristische Bodenstein-Zahlen ab. Abbildung 5.15 stellt die normierten dynamischen Änderungen als Funktion der Durchströmungsziffer dar. Dabei wurden die einzelnen Verläufe ausgehend von den ermittelten Bodenstein-Zahlen berechnet. Für die Änderung der Drehzahl und des Zulaufvolumenstroms leiten sich aus der nichtlinearen Regression Bodenstein-Zahlen von $Bo = 8$ und $Bo = 9$ ab. Im Vergleich hierzu folgt aus der nicht-linearen Regression der normierten dynamischen Änderung des Feststoffvolumenanteils und der Partikelgrößenverteilung am Zulauf jeweils eine Bodenstein-Zahl von $Bo = 20$ und $Bo = 22$.

Es lässt sich schlussfolgern, dass bei der sprunghaften Änderung der Prozessbedingungen im Vergleich zur Änderung der Materialeigenschaften eine höhere axiale Dispersion auftritt. Als Grund hierfür ist die Änderung des Strömungszustands in der Labor-Dekantierzentrifuge für die sprunghafte Änderung der Drehzahl und des Volumenstroms zu nennen. Dadurch entstehen Mischungsvorgänge und die axiale Dispersion der Maschine ist im Vergleich höher als bei der sprunghaften Änderung der Materialeigenschaften. Für die sprunghafte Änderung der Materialeigenschaften bleibt der Strömungszustand der Maschine annähernd konstant. Infolge der Änderung der Partikelgrößenverteilung oder der Feststoffkonzentration am Zulauf variieren die hydrodynamischen Wechselwirkungen. Dies hat im Vergleich zur Änderung der Prozessbedingungen einen geringen Einfluss auf die axiale Dispersion. Zusammengefasst wurden in diesem Kapitel zwei unterschiedliche Methoden zur experimentellen Charakterisierung des Verweilzeitverhaltens dargestellt. Die experimentelle Verweilzeitmessung dient der Ermittlung der Verweilzeitverteilung für den Flüssigkeitsbetrieb. Die sprunghafte

Änderung von Prozessbedingungen und Materialeigenschaften liefert das Antwortverhalten der Labor-Dekantierzentrifuge im Suspensionsbetrieb. Die experimentellen Ergebnisse zeigen, dass sich die dynamische Änderung ausgehend von zwei Anpassungsfunktionen für die Prozessbedingungen und die Materialeigenschaften beschreiben lässt. Dieses Ergebnis wird als Maschinenfunktion bezeichnet und dient in Kapitel 7 der dynamischen Modellierung der Strömungsbedingungen in Dekantierzentrifugen.

6 Untersuchung der Strömungsbedingungen

Dieses Kapitel befasst sich mit der Untersuchung der Strömungsbedingungen einer Labor-Dekantierzentrifuge mit Hilfe der numerischen Strömungssimulation (CFD). Die numerische Berechnung erfasst das zeit- und orts aufgelöste Strömungsfeld. Ausgehend des berechneten zeitgemittelten stationären Strömungsfelds wird der skalare Transport einer Markierungssubstanz mit den gleichen physikalischen Eigenschaften wie das Fluid berechnet. Als Ergebnis leitet sich das Verweilzeitverhalten der Labor-Dekantierzentrifuge ab. Die Validierung des numerischen Modells zur Ermittlung der Verweilzeitverteilung wird mithilfe der experimentellen Verweilzeitmessung durchgeführt.

6.1 Stand der Technik

Die in den letzten Jahren immer weiter gestiegene Rechenleistung erlaubt es, die Strömungsbedingungen auch für schnelldrehende Vollmantelzentrifugen mittels numerischer Methoden wie der CFD zu untersuchen. Romani et al. [64, 22, 65] simulieren die Strömung in einer Vollmantelzentrifuge mit der von Hirt und Nichols [66] entwickelten Volume-of-Fluid (VOF) Methode. Es werden zwei nicht mischbare Fluide mittels eines Mischphasenmodells betrachtet und die Grenzfläche zwischen der Gas- und Flüssigphase ausgehend der Oberflächenspannung als Quellterm modelliert.

Romani et al. [64] berechnen die betrachtete Vollmantelzentrifuge in einem relativ rotierenden Referenzsystem (SRF). Für den gezeigten Fall dient die Starrkörperrotation als Bezugssystem. Das Berechnungsergebnis weist eine schnellströmende Schicht in der Nähe der Gas-Flüssig Phasengrenze auf. Außerdem zeigt sich eine unzureichende Vorbeschleunigung der Flüssigkeit in der Zentrifuge. Mittels der gewonnenen Erkenntnisse, optimieren Romani et al. [65] die Vollmantelzentrifuge durch weitere CFD-Simulationen. Durch den Einbau von vier Flügeln wird eine bessere Beschleunigung der rotierenden Flüssigkeit erreicht. Spelter [58] und Konrath [54] untersuchten die Strömungsbedingungen in Röhrenzentrifugen ebenfalls mittels der Volume-of-Fluid Methode im Flüssigkeitsbetrieb. Es konnte beobachtet werden, dass die schlanke Geometrie des Rotors zu einer effizienten Vorbeschleunigung der Flüssigkeit führt. Zusätzlich ergibt sich für die Axialgeschwindigkeit in der Röhrenzentrifuge eine deutliche Tiefenwirkung auch in Schichten nahe der Rotorinnenwand.

Spelter et al. [67] bestätigen dieses Ergebnis durch experimentelle Verweilzeitmessungen für die betrachtete Röhrenzentrifuge. Die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) dient der Messung des Strömungsfelds und der experimentellen Validierung von axialen, radialen und tangentialen Geschwindigkeitsverläufen. Infolge der erheblichen Unterschiede in der Größenordnung zwischen axialer und radialer im Vergleich zur tangentialen Geschwindigkeitskomponente kommt es durch das vorhandene Signal-Rausch-Verhältnis des Messinstruments zu großen Messunsicherheiten. Hammerich et al. [52] entwickelten ein Modell basierend auf der Finiten-Volumen-Methode (FVM) zur numerischen Simulation des Sedimentaufbaus und der Strömungsbedingungen in Vollmantelzentrifugen. Das sich zeitlich aufbauende Sediment hat einen starken Einfluss auf die Strömungsbedingungen. Dies deckt sich mit experimentellen Erkenntnissen von Konrath [54].

Wie dargelegt beschäftigen sich eine Vielzahl von Autoren mit den Strömungsbedingungen in Vollmantelzentrifugen. Es fehlt jedoch an Untersuchungen zum Strömungsverhalten in Dekantierzentrifugen. Auf die numerische Simulation der Strömungsbedingungen einer Labor-Dekantierzentrifuge und die Ermittlung des Verweilzeitverhaltens wird im weiteren Verlauf des Kapitels näher eingegangen.

6.2 Grundlagen der numerischen Strömungssimulation

Die CFD ist eine mathematische Methode zur Berechnung von Druck und Geschwindigkeit von Einphasen- oder Mehrphasenströmungen und hat ein vielfältiges Anwendungsspektrum in der Verfahrenstechnik. Exemplarisch seien hier als Beispiele die Wirbelschichttechnik, die Optimierung von Wärmeübertragern oder die Auslegung von Tiefenfiltern zu nennen. Die Grundlage der numerischen Strömungssimulation stellen die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie dar. Diese leiten sich aus einer Bilanz um ein differentielles Kontrollvolumen her. Zusammengefasst wird die Erhaltung von Masse und Impuls auch als Navier-Stokes Gleichungen bezeichnet. Aufgrund der meist isothermen Bedingungen wird die Energieerhaltung in dieser Arbeit nicht weiter betrachtet. Die Massenerhaltung

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (6.1)$$

lässt sich wie beschrieben aus einer differentiellen Bilanz um ein Kontrollvolumen ableiten und hängt von der Dichte ρ des Fluids und dem Geschwindigkeitsvektor \vec{v} ab. Die Impulserhaltung ausgehend der Annahme eines newtonschen Fluids ergibt sich zu:

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} = -\rho (\nabla \cdot \vec{v}) \vec{v} - \nabla p + \eta \Delta \vec{v} + \vec{f}. \quad (6.2)$$

Die einzelnen Terme in Gleichung 6.2 beschreiben von links nach rechts den Speicherterm, die konvektive Änderung, den Druckgradienten, die viskose Reibung und externe Volumenkräfte. Beispiele für externe Volumenkräfte sind die Gravitation, die Zentrifugalkraft oder der Impulsaustausch zwischen Feststoff und Flüssigkeit. Die Impulserhaltung hat die Form einer nicht-linearen partiellen Differentialgleichung höherer Ordnung und ist nur ausgehend von Vereinfachungen oder mittels numerischer Methoden lösbar. Zur theoretischen Beschreibung der Bewegung rotierender Körper stehen in der Literatur zwei unterschiedliche Ansätze zur Verfügung. Beim mitbewegten rotierenden Referenzsystem wird die Rotationsbewegung mittels zweier zusätzlicher Volumenkräfte für Zentrifugal- und Corioliskraft modelliert und instationäre beschleunigte Bewegungen vernachlässigt. Bei dynamischen Gittern hingegen handelt es sich um ein bewegtes Koordinatensystem, in dem rotierende Bereiche für jeden Zeitschritt neu positioniert werden. Dies erlaubt die Simulation auch von instationären Anfahrvorgängen. In Dekantierzentrifugen bewegen sich Schnecke und Trommel relativ zueinander.

Für die in diesem Kapitel gezeigten numerischen Simulationen sei die Relativbewegung von Schnecke und Trommel vernachlässigbar. Dies ist gleichbedeutend damit, dass Trommel und Schnecke die gleiche Drehzahl aufweisen. Außerdem sind beschleunigte Bewegungen nicht berücksichtigt. Als Bezugssystem dient ein relatives Referenzsystem mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Hier bewegt sich der Apparat relativ zur Rotation eines starren Körpers. Die Massen-

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}_r) = 0, \quad (6.3)$$

und Impulserhaltung

$$\frac{\partial(\rho \vec{v}_r)}{\partial t} = -\rho(\nabla \cdot \vec{v}_r)\vec{v}_r - \nabla p + \eta \Delta \vec{v}_r - \rho(2\vec{\omega} \times \vec{v}_r) - \rho(\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times r) + \vec{f}, \quad (6.4)$$

für einen rotierenden Körper im relativen Bezugssystem mit konstanter Winkelgeschwindigkeit berechnet sich aus Gleichung 6.3 und Gleichung 6.4. Darin sind \vec{v}_r die Relativgeschwindigkeit bezogen auf die Abweichung zur Starrkörperrotation, $\rho(2\vec{\omega} \times \vec{v}_r)$ die Corioliskraft und $\rho(\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times r)$ die Zentrifugalkraft.

6.2.1 Turbulenzmodellierung

Kommt es in Strömungen vermehrt zu einem Queraustausch von Fluidelementen und infolgedessen zu Wirbelbildung, spricht man von turbulenten Strömungen. Turbulenz ist dabei eine zufällig auftretende Erscheinung, die von großen Wirbelstrukturen bis hin zu kleinen, zerfallenden Wirbeln reicht. Die mathematische Beschreibung auftretender Turbulenz unterteilt

sich in drei Gruppen: die Direkte Numerische Simulation (DNS), die Grobstruktursimulation (LES) und die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS). Bei der DNS wird das Strömungsgebiet bis in die kleinsten Kolmogorov-Skalen, der Dissipation von Wirbeln, aufgelöst. Die Simulation der kleinsten Energieskalen erfordert feine Gitter, ist sehr rechenintensiv und stellt daher keine Methode zur Lösung technisch relevanter Systeme dar. Die Grobstruktursimulation hingegen handhabt die auftretende Turbulenz in Abhängigkeit der Wirbelgröße. Die LES löst große Wirbelstrukturen durch das vorhandene Rechengitter auf und kleine Wirbelstrukturen werden modelliert. Die Unterscheidung des aufgelösten und nicht aufgelösten Bereichs erfolgt mittels einer Filterfunktion. Für die Übergabe der Bereiche ist die Filterweite zu definieren. Diese entspricht in den meisten Fällen der Abmessung des Gitters. Zur weiteren Vertiefung der Grobstruktursimulation sei auf Fröhlich [68] verwiesen.

Die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen modellieren die Fluktuationsbewegung der turbulenten Strömung durch eine zeitliche Mittelung der Geschwindigkeit und des Drucks. Die mathematische Formulierung der Navier-Stokes Gleichungen für das zeitgemittelte Strömungsfeld resultiert in einem zusätzlichen Term, dem Reynolds-Spannungstensor. Dieser wird ausgehend von Annahmen und modellabhängiger Parameter beschrieben. Der Strömungszustand in Zentrifugen zeichnet sich durch hohe Geschwindigkeits- und Druckgradienten, aus. Für eine möglichst genaue Lösung des Problems sind feine Gitterauflösungen erforderlich aus denen kleine Zeitschrittweiten resultieren. Die in diesem Kapitel durchgeführten Simulationen der turbulenten Strömung in Dekantierzentrifugen basieren auf der RANS-Methode. Im weiteren Verlauf sei auf eine weiterführende mathematische Beschreibung der LES und DNS verzichtet. Die Reynolds-Mittelung stellt eine skalare oder vektorielle Größe zeitlich gemittelt dar. Dies bedeutet für das Strömungsfeld, dass sich die momentane Geschwindigkeit

$$\vec{v}_i = \bar{v}_i + v'_i, \quad (6.5)$$

aus zwei Anteilen, der zeitlich gemittelten Geschwindigkeit \bar{v}_i und der statistischen Schwankung v'_i berechnet. Durch Einsetzen der Bedingung für die momentane Geschwindigkeit in Gleichung 6.3 und 6.4 ergeben sich die Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen für ein inkompressibles newtonsches Fluids zu:

$$\nabla \cdot \vec{v}_i = 0, \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial (\rho \vec{v}_i)}{\partial t} = -\rho (\nabla \cdot \vec{v}_i) \vec{v}_i - \nabla p_i + \eta \Delta \vec{v}_i + \nabla \tau_{ij} - \rho (2\vec{\omega} \times \vec{v}_i) - \rho (\vec{\omega} \times \vec{\omega} \times r). \quad (6.7)$$

Hier kennzeichnen \vec{v}_i sowie p_i den zeitgemittelten Geschwindigkeitsvektor und Druck. Die Reynolds-Mittelung der Impulserhaltung resultiert wie bereits beschrieben in einem weiteren

Term, dem sogenannten Reynolds-Spannungstensor $\tau_{ij} = -\rho \overline{v_i'v_j'}$. Dieser ist als symmetrischer Tensor $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ bestehend aus sechs Komponenten definiert. Für eine detaillierte Herleitung der RANS-Methode sei an dieser Stelle auf Wilcox [69] verwiesen. Die Lösung der Impulserhaltung beschrieben in Gleichung 6.7 ist nur durch zusätzliche Schließbedingungen für den Reynolds-Spannungstensor möglich. Die Auflistung aller Variablen führt zu einem Gleichungssystem mit zehn Unbekannten. Die numerische Berechnung der Größen ist sehr zeit- und rechenintensiv und resultiert oft in numerischen Instabilitäten. Eine weitverbreitete Annahme zur Vereinfachung des Gleichungssystems stellt der Ansatz der Wirbelviskosität dar. Infolge der Boussinesq-Approximation ist der Reynolds-Spannungstensor

$$-\rho \overline{v_i'v_j'} = -2\eta_t S_{ij} + \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij}, \quad (6.8)$$

proportional zum Gradienten der mittleren Geschwindigkeiten. Darin ist η_t die Wirbelviskosität, S_{ij} die mittlere Scherrate, k die turbulente kinetische Energie und δ_{ij} das Kronecker-Delta. Das Kronecker-Delta ist ein Einheitstensor. Für seine Komponenten gilt $\delta_{ij} = 0$ für $i \neq j$ und $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$. Zur Beschreibung der Wirbelviskosität werden algebraische Gleichungen, Eingleichungs- oder Zweigleichungsmodelle herangezogen. Alle Ansätze haben gemeinsam, dass die Wirbelviskosität eine isotrope Ausbreitung turbulenter Wirbel beschreibt. In Zweigleichungsmodellen wird das Verhältnis aus Intensität und Struktur eines Wirbels durch zwei Größen modelliert. Die Vielzahl der Zweigleichungsmodelle ist in zwei Hauptgruppen unterteilbar: Die k - ε -Modelle und die k - ω -Modelle. Beide Gruppen unterscheiden sich in der Berechnung des Wirbelzerfalls. Während ε die Dissipationsrate beschreibt, stellt ω die spezifische Dissipationsrate dar. Beide Größen werden wie folgt ineinander umgerechnet:

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k}. \quad (6.9)$$

Für den Fall eines k - ω -Modells ergibt sich die Wirbelviskosität

$$\eta_t = \frac{k}{\omega} \rho, \quad (6.10)$$

aus dem Verhältnis von turbulenter kinetischer Energie k zur spezifischen Dissipationsrate ω . Für beide Größen wird jeweils eine Transportgleichung zur Beschreibung der zeitlichen Änderung, der Konvektion, der Diffusion, der Dissipation, der Dispersion und der Produktion von Wirbeln beschrieben. Wilcox [69] leitet für den Transport der turbulenten kinetischen Energie k und der spezifischen Dissipationsrate ω folgende mathematische Zusammenhänge her:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + v_i \frac{\partial k}{\partial x_i} = \tau_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\eta}{\rho} + \sigma^* \frac{\eta_t}{\rho} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (6.11)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \beta \omega^2 + \frac{\sigma_d}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\eta}{\rho} + \sigma \frac{\eta_t}{\rho} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right]. \quad (6.12)$$

Hier sind β^* , σ^* , α , β , σ_d und σ Parameter die meist empirische Gleichungen und Größen darstellen. Für andere Zweigleichungsmodelle wie beispielsweise das von Menter [70] entwickelte $k\text{-}\omega\text{-SST}$ -Modell liegen die Gleichungen in modifizierter Form vor.

6.2.2 Modellierung des skalaren Transports eines Spurstoffs

Eine Möglichkeit der Untersuchung des Verweilzeitverhaltens stellt die numerische Simulation einer skalaren Größe mit den gleichen physikalischen Eigenschaften wie das Fluid dar. Dabei wird angenommen, dass es sich um eine Ein-Wege-Kopplung handelt und der transportierte Spurstoff nicht das Strömungsfeld beeinflusst. Die Transportgleichung des passiven Skalars

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}_i c_i) - \nabla \cdot (D_m \nabla c_i + \overline{v'_i c'_i}) = 0, \quad (6.13)$$

in einem turbulenten Strömungsfeld leitet sich aus der Massenerhaltung um ein differentielles Volumenelement und zeitlicher Mittelung der Geschwindigkeit \vec{v}_i und der Spurstoffkonzentration c_i ab. Der erste Term stellt die zeitliche Änderung, der zweite Term den konvektiven Transport und der dritte Term den diffusiven Transport dar. Bei der Herleitung der zeitlichen Mittelung der Spurstoffkonzentration entsteht analog zur Reynolds-Mittelung ein zusätzlicher Term, welcher die turbulente Diffusion $\overline{v'_i c'_i}$ darstellt. Vereinfachend sei hier angenommen, dass es sich um eine isotrope Ausbreitung des passiven Skalars im Strömungsfeld handelt. Talvy et al. [71] beschreiben ausgehend der Boussinesq-Approximation die turbulente Diffusion

$$\overline{v'_i c'_i} = D_t \nabla c_i, \quad (6.14)$$

aus dem Produkt des turbulenten Diffusionskoeffizienten D_t und dem Gradienten der mittleren Konzentration ∇c_i . Mit Einsetzen dieses Ausdrucks in Gleichung 6.13 resultiert die Transportgleichung im zeitlich gemittelten turbulenten Strömungsfeld zu:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v}_i c_i) - \nabla \cdot [(D_m + D_t) \nabla c_i] = 0. \quad (6.15)$$

Die turbulente Schmidt-Zahl

$$Sc_t = \frac{\eta_t}{\rho D_t} \quad (6.16)$$

ist eine dimensionslose Kennzahl beschreibt das Verhältnis der Wirbelviskosität η_t zur turbulentem Dispersion. Talvy et al. [71] und Le Moullec et al. [72] definieren die turbulente Schmidt-Zahl als Anpassungsparameter in einem Bereich zwischen $Sc_t = 0,6$ bis $Sc_t = 1$. Bei der Untersuchung der turbulenten Schmidt-Zahl wurde in dieser Arbeit kein Einfluss festgestellt. Hier dominiert der konvektive im Vergleich zum diffusiven Transport. Aus diesem Grund wurde analog zu Le Moullec et al. [72] mit einer turbulenten Schmidt-Zahl von $Sc_t = 0,7$ gerechnet.

6.2.3 Geometrie und Gitter

Im folgenden Abschnitt wird auf die Geometrie- und Gittererstellung sowie die getroffenen Annahmen und Randbedingungen detailliert eingegangen. Im Gegensatz zu Simulationen von Spannungsverläufen mittels der Strukturmechanik am Rotor oder der Schnecke, bei denen eine direkte Vernetzung und Berechnung des CAD-Modells möglich ist, wird zur Durchführung von CFD-Simulationen ein Negativ der Geometrie erzeugt. Das Negativ stellt für diesen Fall das Strömungsgebiet der Zentrifuge dar.

Abbildung 6.1 zeigt schematisch das Vorgehen zur Geometrieerzeugung und Vernetzung. Das CAD-Modell der Labor-Dekantierzentrifuge wird in das Vernetzungsprogramm von ANSYS als STL-Datei eingelesen und anschließend über Boolesche Operatoren ein Negativ der Geometrie der Labor-Dekantierzentrifuge generiert. Um eine schlechte Gitterqualität durch nicht-orthogonale Gitterzellen zu vermeiden, wurden kleine Flächen geglättet und zusammengeführt. Weiterhin ist ersichtlich, dass die Dekantierzentrifuge einen komplexen Körper bestehend aus vier Zuläufen, zylindrisch-konischer Trommel, Schnecken Grundkörper und Schöpfrad darstellt. Um stabile Simulationen mit einem strukturierten Gitter durchführen zu können, wurde die Geometrie an einigen Stellen vereinfacht. So ist der Zulaufbereich mit den vier Bohrungen an der Schneckeninnenseite durch jeweils eine Fläche approximiert. An den vier Flächen ergibt sich die Tangentialgeschwindigkeit der eintretenden Flüssigkeit aus der Rotation eines starren Körpers.

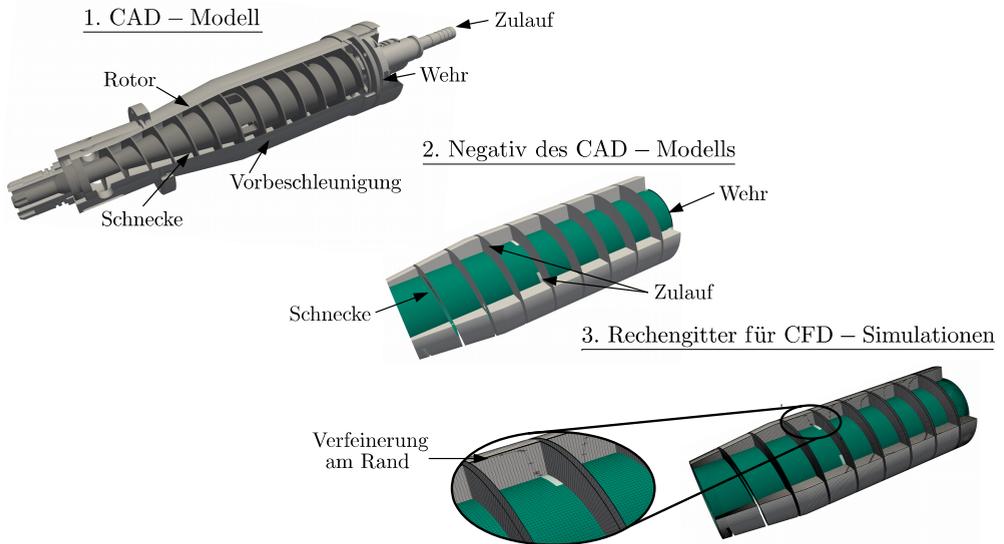


Abbildung 6.1: Schematischer Ablauf der Gittererstellung für die untersuchte Dekantierzentrifuge.

Dies stellt eine idealisierte Beschreibung der Beschleunigung dar. Im Betrieb tritt eine unzureichende Beschleunigung infolge eines Spaltes zwischen Schneckeninnenseite und Flüssigkeitsoberfläche auf. Weiterhin sei der Einfluss des Spalts zwischen Schneckenblatt und Trommel auf das Druck- und Geschwindigkeitsfeld vernachlässigbar. Die Auflösung der Spaltströmung zwischen Trommel und Schnecke resultiert in sehr feinen Gitterzellen. Infolgedessen ergeben sich bei konstanter Courant-Zahl kleine Zeitschrittweiten, welche die Rechenzeit deutlich erhöhen. Durch die getroffene Annahme ist die Strömung durch den Spalt ausgeschlossen. Im Realbetrieb wird der Austrag der Flüssigkeit mittels eines Schöpfrades erreicht. Der Einfluss des Schöpfrades auf das Strömungsfeld in der Maschine sei ebenfalls vernachlässigbar und ist für die nachfolgenden Ergebnisse nicht berücksichtigt. Die dargestellten Vereinfachungen resultieren in der in Abbildung 6.1 dargestellten Geometrie und dem dazugehörigen Rechengitter.

6.2.4 Lösungsschema

In dieser Arbeit kam das Open Source Softwarepaket OpenFOAM der Version 3.0.x zum Einsatz. OpenFOAM ist eine Bibliothek zur numerischen Lösung von strömungsmechanischen Fragestellungen basierend auf der Finiten-Volumen-Methode. Durch die getroffene Annahme eines inkompressiblen Fluids ist keine direkte Kopplung zwischen Geschwindigkeits- und Druckfeld vorhanden. Der hier bewährte Lösungsansatz entspricht einem Druckkorrekturverfahren, welches den Druck abschätzt, das Geschwindigkeitsfeld berechnet und anschließend den neuen Druck ausgehend von der Massenerhaltung vorhersagt. Dieses Berechnungsschema wird bis zum Erreichen des Konvergenzkriteriums für alle Geschwindigkeitskomponenten und den Druck durchgeführt.

Das in OpenFOAM verwendete Druckkorrekturverfahren basiert auf einer Verknüpfung des SIMPLE- mit dem PISO-Korrekturverfahren und wird als PIMPLE-Algorithmus bezeichnet. Während der SIMPLE ausschließlich zur Simulation des stationären Strömungsfelds eingesetzt wird, entspricht das PISO-Verfahren einem instationären Lösungsschema. Ein Vorteil bei der Verknüpfung beider Verfahren besteht in der möglichen Unter-Relaxation aller Variablen durch den SIMPLE-Algorithmus. Dadurch wird eine höhere numerische Stabilität und schnellere Konvergenz erreicht. Die Einführung der CFL-Zahl, welche ein Stabilitätskriterium der numerischen Simulation darstellt, erlaubt eine Abschätzung des maximalen Zeitschritts für eine stabile Simulation. Aufgrund der auftretenden Druck- und Geschwindigkeitsgradienten in Dekantierzentrifugen wurde mit einer maximalen CFL-Zahl von $Co = 0,05$ gerechnet. Die numerische Lösung der Gleichungen erfolgt implizit. Als Residuen für die drei Geschwindigkeitskomponenten, den Druck, die turbulente kinetische Energie sowie der Turbulenzparameter dient ein Wert von 10^{-4} . Der Ablauf der numerischen Simulation zur

Ermittlung des Verweilzeitverhaltens gliedert sich in drei Schritte: die Geometrieerstellung, die Vernetzung und die Durchführung von CFD-Simulationen. Die turbulente Strömung wird ausgehend des von Menter [70] entwickelten $k-\omega$ -SST-Modells mittels der RANS-Methode modelliert. Dabei handelt es sich um ein Zweigleichungsmodell basierend auf den Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen. Zur Reduktion des Modellfehlers wird in dieser Arbeit kein $k-\varepsilon$ -Modell verwendet.

Wilcox [69] stellt für $k-\varepsilon$ -Modelle fest, dass die mathematische Formulierung der Dissipationsrate ε eine aufwendige Kalibrierung des Modells für den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeitsfluktuation, sowie Druck- und Geschwindigkeitsgradienten benötigt. Die Schließbedingungen für die Druck- und Geschwindigkeitsgradienten an der Wand lassen sich hier nur unzureichend aus Experimenten ableiten. In Zentrifugen treten hohe Druckgradienten in radialer Richtung und an der Wand auf. Infolgedessen kommt es bei der Nutzung von Wandfunktionen zu unphysikalischen Ergebnissen. Zur Vermeidung von Modellfehlern bei der Turbulenzmodellierung wurde keine Wandfunktion an der Trommelinnenwand verwendet, sondern die laminare Grenzschicht durch eine sehr feines Gitter in Wandnähe aufgelöst.

6.3 CFD-Simulationen einer Labor-Dekantierzentrifuge

Dieser Abschnitt fasst die Ergebnisse der CFD-Simulationen für die bereits in Kapitel 5 experimentell untersuchte Labor-Dekantierzentrifuge für eine Wehrhöhe von $h_w = 0,012$ m zusammen. OpenFOAM berechnet die Strömung in kartesischen Koordinaten. Zur besseren Darstellung wurden die Berechnungsergebnisse von kartesischen auf zylindrische Koordinaten transformiert. Die axiale Koordinate zeigt hier in Richtung Überlaufwehr. Für eine links-gängige Schnecke ist die Strömungsrichtung gleichsinnig zur Rotordrehrichtung. Dadurch addieren sich die Strömungsgeschwindigkeit und die Tangentialgeschwindigkeit. In einem auf die Starrkörperrotation bezogenen Bezugssystem entspricht die Strömungsgeschwindigkeit näherungsweise der relativen Tangentialgeschwindigkeit.

Die nachfolgend gezeigten Ergebnisse der CFD-Simulationen vernachlässigen die vorhandene Gas-Flüssig Phasengrenze. Vielmehr wird die Phasengrenze durch die Wahl geeigneter Randbedingungen modelliert. Ausgehend der getroffenen Annahme für die Phasengrenze wird der Fluss in Normalenrichtung durch einen festen Wert auf null limitiert. Die Tangentialgeschwindigkeit stellt sich durch den vorhandenen Druckgradienten ein. Die nicht-aufgelöste Berechnung der Grenzfläche lässt die Überhöhung des Flüssigkeitsteichs infolge des Aufstauens am Überlaufwehr unberücksichtigt. Dies führt zu geringen Fehlern bei der Berechnung der Verweilzeit.

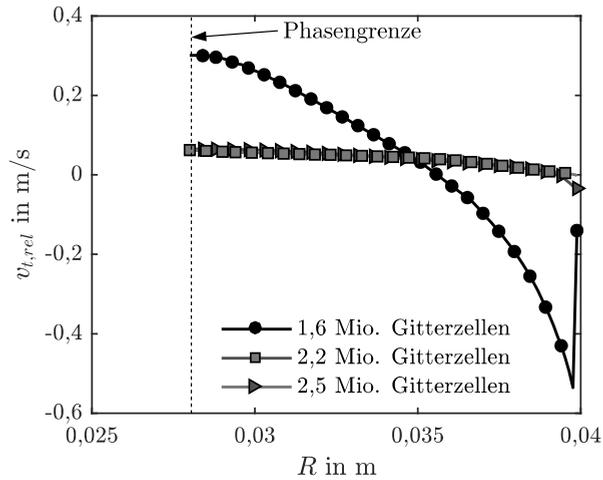


Abbildung 6.2: Vergleich der drei gewählten Gitter zur Validierung der Gitterunabhängigkeit für $l = 0,0625$ m, $\dot{V} = 40$ l/h und $Z = 1000$ g.

Abbildung 6.2 zeigt den Vergleich der relativen Tangentialgeschwindigkeit in Abhängigkeit der radialen Position für drei Rechengitter unter Variation der Gitterzellenanzahl. Als Einstellungen für den Volumenstrom und die Zentrifugalbeschleunigung dienen $\dot{V} = 40$ l/h und $Z = 1000$ g. Die relative Tangentialgeschwindigkeit $v_{t,rel} = v_{t,abs} - R \cdot \omega$ berechnet sich aus der Differenz von absoluter Tangentialgeschwindigkeit und Starrkörperrotation. Die Darstellung erfolgt jeweils nach Erreichen des stationären Zustands für den gleichen axialen Abstand vom Zulauf von $l = 0,0625$ m. Die Gesamtlänge des zylindrischen Teils der Labor-Dekantierzentrifuge beträgt $l_{ges} = 0,16$ m. An der definierten axialen Position hat sich der Strömungszustand beruhigt und es bildet sich ein Strömungsprofil aus. Die Auflösung in radialer Richtung steigt mit der Gitterzellenanzahl. Während das grobe Gitter die laminare Grenzschicht nicht auflöst, erfolgt für das mittlere und feine Gitter die Einteilung der Grenzschicht mit jeweils zehn feinen Gitterzellen im Randbereich des Rotors. Die ermittelten Strömungsprofile der einzelnen Rechengitter weisen deutliche Unterschiede auf. Für das grobe Gitter mit einer Auflösung von 1,6 Mio. Zellen ergeben sich sehr hohe Werte für die relative Tangentialgeschwindigkeit im Bereich von $-0,5$ m/s $< v_{t,rel} < 0,3$ m/s. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Kanal entspricht für den eingestellten Volumenstrom von $\dot{V} = 40$ l/h jedoch nur $\bar{v}_{t,rel} = 0,0395$ m/s. Ein möglicher Grund für die deutliche Abweichung stellt die unzureichende Auflösung der randnahen Bereiche durch die Wahl des groben Gitters dar. Die in Zentrifugen vorhandenen Druck- und Geschwindigkeitsgradienten werden durch das grobe Gitter voraussichtlich unzureichend abgebildet und es entstehen Gitterfehler bei der numerischen Lösung des Gleichungssystems.

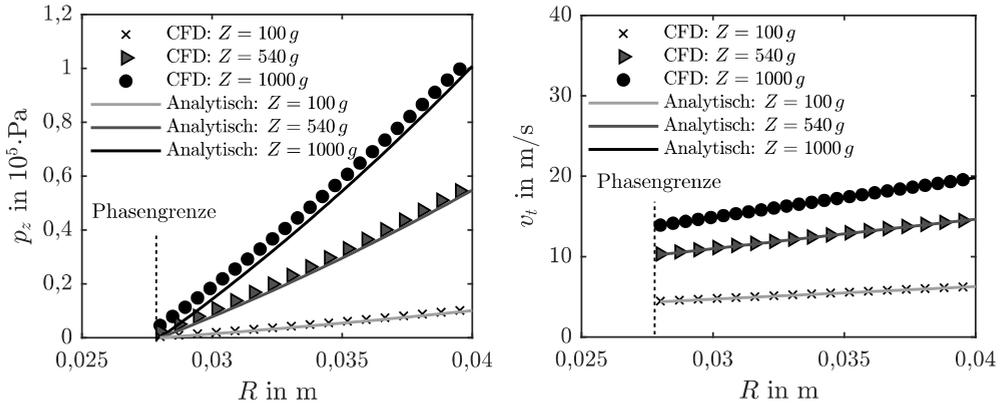


Abbildung 6.3: Statischer Druck (links) und absolute Tangentialgeschwindigkeit (rechts) als Funktion des Radius. Der Vergleich erfolgt für $l = 0,0625 \text{ m}$.

Bei der Betrachtung des Gitters mit einer mittleren Größe von 2,2 Mio. Zellen zeigt sich ein anderer Verlauf für das Strömungsprofil. Hier reduziert sich die relative Tangentialgeschwindigkeit deutlich und die maximale Strömungsgeschwindigkeit an der Phasengrenze entspricht in etwa dem 1,5 fachen der mittleren Geschwindigkeit. Im Bereich der Rotorwand kommt es zu geringfügigen Abweichungen zwischen dem Gitter mit einer Auflösung von 2,2 Mio. Zellen und dem Gitter mit 2,5 Mio. Zellen. Der Einfluss ist jedoch vernachlässigbar gering. Die nachfolgend gezeigten Ergebnisse der CFD-Simulationen beziehen sich auf das feine Gitter mit einer Auflösung von 2,5 Mio. Gitterzellen. Weitere wichtige Größen zur Beurteilung der Strömung in Zentrifugen stellen der statische Druck und die Tangentialgeschwindigkeit dar. Die linke Seite in Abbildung 6.3 zeigt den Vergleich der aufwendigen CFD-Simulationen mit der analytischen Lösung des statischen Drucks als Funktion der radialen Koordinate für drei Zentrifugalbeschleunigungen $Z = 100 \text{ g}$, 540 g sowie 1000 g . Die analytische Lösung des statischen Drucks im Zentrifugalfeld

$$p_z = \frac{\omega^2 \rho_l}{2} (R^2 - R_g^2), \quad (6.17)$$

lässt sich durch die Annahme von Starrkörperrotation aus der differentiellen Änderung des Drucks entlang der radialen Koordinate herleiten. Dabei bezeichnet R_g den Radius der Phasengrenze. Bei der Gegenüberstellung der CFD-Simulationen des statischen Drucks und der analytischen Lösung ist festzustellen, dass eine gute Übereinstimmung vorhanden ist. Die dargestellten Ergebnisse lassen den Rückschluss zu, dass die rotierende Flüssigkeit in der Labor-Dekantierzentrifuge als Starrkörper vorliegt. Bei genauerer Betrachtung ist sogar festzustellen, dass eine leichte Überhöhung des statischen Drucks der CFD-Simulationen im Vergleich zur analytischen Lösung vorliegt.

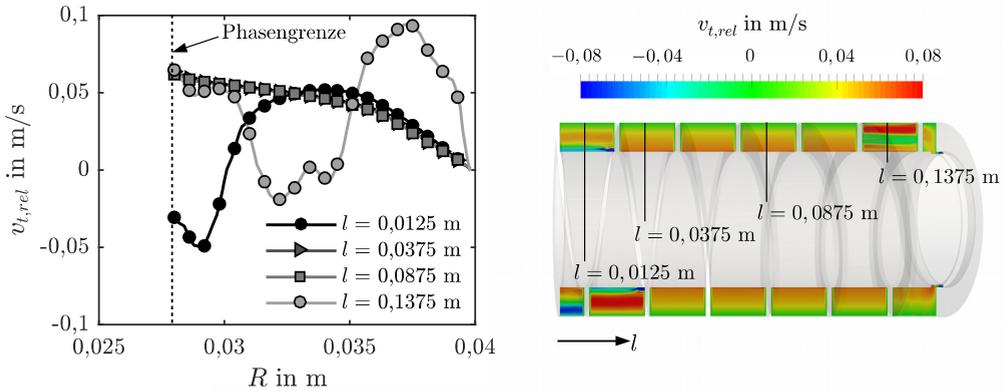


Abbildung 6.4: Links: Relative Tangentialgeschwindigkeit als Funktion der radialen Position entlang des Schneckenkanals für $\dot{V} = 40$ l/h und $Z = 1000$ g; rechts: Position der Auswertung entlang der axialen Länge im zylindrischen Teil der Labor-Dekantierzentrifuge.

Die Flüssigkeit strömt entlang des Schneckenkanals und eine Überhöhung der Tangentialgeschwindigkeit tritt auf, siehe hierzu die rechte Seite in Abbildung 6.3. Infolge der Kopplung der Tangentialgeschwindigkeit mit dem statischen Druck führt eine Abweichung von der Starrkörperrotation auch zu Änderungen des statischen Drucks. Die Abweichung der absoluten Tangentialgeschwindigkeit fällt aufgrund des kleinen Volumenstroms jedoch sehr gering aus. Romani [22] stellt dar, dass die Geometrie einer Vollmantelzentrifuge die Beschleunigung der Flüssigkeit und dadurch die Separation erheblich beeinflusst. Im Vergleich zu Vollmantelzentrifugen wird die Flüssigkeit in Dekantierzentrifugen durch den vorhandenen Schneckenrundkörper optimal beschleunigt. Dekantierzentrifugen liegen in den unterschiedlichsten Bauformen und Größen vor. In den meisten Fällen strömt die Flüssigkeit entlang des Schneckenkanals in Richtung Überlaufwehr. Es sind jedoch auch Ausführungen vorhanden, die einzelne Bohrungen auf den Schneckenblättern auf der Höhe des Flüssigkeitsteichs aufweisen. In dieser Bauform kommt es vermehrt zu Kurzschlussströmungen in axialer Richtung. Die untersuchte Labor-Dekantierzentrifuge weist keine Bohrungen auf den Schneckenblättern auf. Geht man hier davon aus, dass die Flüssigkeit entlang der Helix des Schneckenkanals strömt, jedoch die Schnecke kleine Schneckensteigungswinkel aufweist, dann entspricht die Tangentialgeschwindigkeit der Hauptströmungsrichtung und der Einfluss der Axial- und Radialgeschwindigkeit auf die Verweilzeit ist gering. Zusätzlich stellt sich für die Auslegung von Dekantierzentrifugen die Frage, inwieweit sich die Strömungsbedingungen entlang des Schneckenkanals ändern und welche Gestalt das ausgebildete, zeitgemittelte Strömungsprofil aufweist.

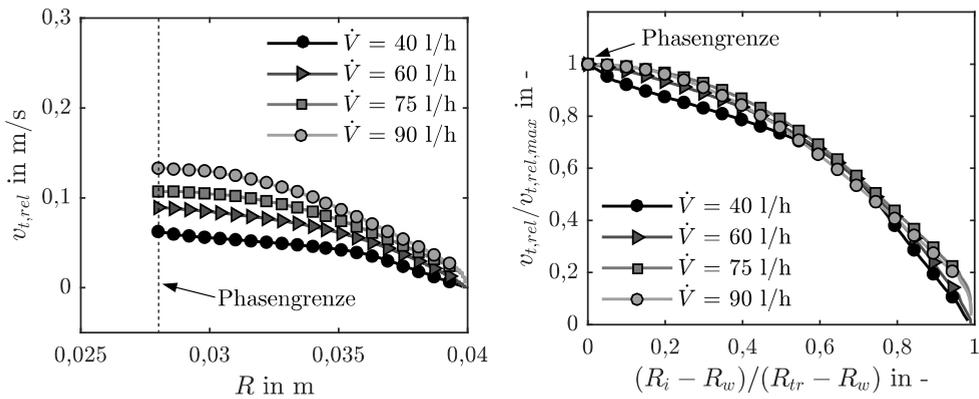


Abbildung 6.5: Links: Relative Tangentialgeschwindigkeit als Funktion der radialen Position für vier Volumenströme ausgewertet für $l = 0,0675$ m sowie $Z = 1000$ g; rechts: Normierte Darstellung der relativen Tangentialgeschwindigkeit als Funktion der normierten Kanalhöhe.

Die linke Seite in Abbildung 6.4 zeigt die relative Tangentialgeschwindigkeit als Funktion der radialen Position für $\dot{V} = 40$ l/h und $Z = 1000$ g. Die Geschwindigkeit wie auf der rechten Seite in Abbildung 6.4 dargestellt, wurde entlang der axialen Koordinate an vier Positionen des Apparates ausgewertet. Für die dargestellten zeitgemittelten Strömungsprofile ergeben sich unterschiedliche Verläufe. Im Bereich des Zulaufs ist keine gerichtete Strömung zu beobachten. An der Oberfläche findet eine Rückströmung in den konischen Teil der Maschine statt. Diese Rückströmung gleicht sich in radialer Position weiter innen wieder aus. Für das zweite Profil bei $l = 0,0375$ m hat sich die Strömung beruhigt und es bildet sich ein näherungsweise hyperbolisches Strömungsprofil mit maximaler Geschwindigkeit an der Phasengrenze aus. Das gleiche Verhalten zeigt sich für einen axialen Abstand von $l = 0,0875$ m. Im Bereich des Überlaufwehres für $l = 0,1375$ m kommt es hingegen zur Ausbildung eines Bereichs hoher Rückströmung. Hier wird die Flüssigkeit durch das vorhandene Überlaufwehr aufgestaut und anschließend in axialer Richtung aus der Maschine ausgetragen.

An dieser Stelle sei zu erwähnen, dass die idealisierten Bedingungen des Zu- und Überlaufs der Dekantierzentrifuge das vorhandene Strömungsbild ebenfalls beeinflussen können. Hier wurden idealisierte Annahmen für den statischen Druck und die Geschwindigkeit vorgegeben, welche im Realbetrieb deutlich abweichen können. Das linke Diagramm in Abbildung 6.5 beschreibt die relative Tangentialgeschwindigkeit als Funktion der radialen Position für vier verschiedene Volumenströme $\dot{V} = 40$ l/h, 60 l/h, 75 l/h und 90 l/h. Die maximale relative Tangentialgeschwindigkeit nimmt für die untersuchten Volumenströme $\dot{V} = 40$ l/h und $\dot{V} = 90$ l/h die Werte $v_{t,rel,max} = 0,062$ m/s und $v_{t,rel,max} = 0,133$ m/s an.

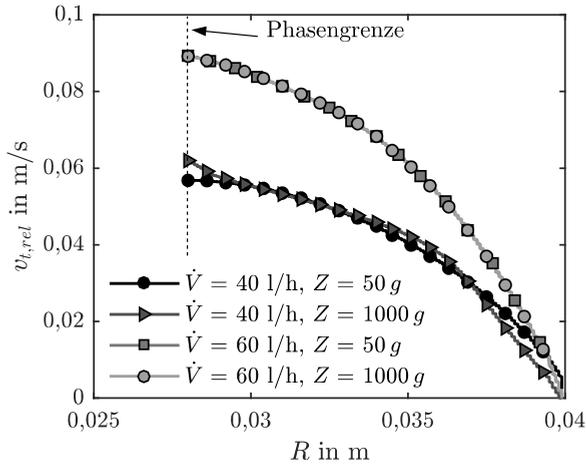


Abbildung 6.6: Vergleich der relativen Tangentialgeschwindigkeit für zwei Beschleunigungen und Volumenströme.

Große Abweichungen der relativen Tangentialgeschwindigkeit von der Starrkörperrotation in Wandnähe, wie von Romani et al. [65] für Vollmantelzentrifugen beschrieben, sind für die betrachtete Labor-Dekantierzentrifuge nicht ersichtlich. Die Einführung der normierten Geschwindigkeit $v_{t,rel}/v_{t,rel,max}$ erlaubt den besseren Vergleich der gezeigten Strömungsprofile und stellt das Verhältnis aus relativer Tangentialgeschwindigkeit zum Maximalwert dar. Für die dimensionslose Darstellung der radialen Position wird die normierte Teichtiefe $(R_i - R_w)/(R_{Tr} - R_w)$ des Schneckenkanals eingeführt. Die rechte Seite in Abbildung 6.5 stellt den Einfluss des Volumenstroms auf die normierten Strömungsprofile in Abhängigkeit der normierten Teichtiefe dar. Bei der Gegenüberstellung der Strömungsprofile zeigt sich eine gute Übereinstimmung der CFD-Simulationen. Lediglich für einen Volumenstrom von $\dot{V} = 40$ l/h kommt es zu geringen Abweichungen im Bereich der Phasengrenze und der Rotorwand. Aus den gewonnenen Daten lässt sich als Schlussfolgerung ableiten, dass sich zwar die relative Tangentialgeschwindigkeit mit der Erhöhung des Volumenstroms verändert, jedoch nicht die Form des Strömungsprofils. Dies entspricht der Erwartung und deckt sich mit den erzielten Ergebnissen der experimentellen Verweilzeitmessung aus Kapitel 5. Es zeigt sich, dass sich zwar die effektive mittlere Verweilzeit im Apparat mit Erhöhung des Volumenstroms verringert, jedoch die axiale Dispersion im System nicht zunimmt.

Abbildung 6.6 fasst den Einfluss der Zentrifugalbeschleunigung für $Z = 50$ g und $Z = 1000$ g auf die relative Tangentialgeschwindigkeit für zwei Volumenströme $\dot{V} = 40$ l/h und $\dot{V} = 60$ l/h zusammen. Es lässt sich aus dem Vergleich ableiten, dass kein Einfluss der Zentrifugalbeschleunigung auf den Verlauf des Strömungsprofils bei $l = 0,0675$ m vorhanden ist. Dies

deckt sich mit dem erwarteten Verlauf aus der experimentellen Verweilzeitmessung. Hier zeigt sich ebenfalls kein Einfluss der Zentrifugalbeschleunigung die axiale Dispersion und somit den Strömungszustand.

Axiale und radiale Geschwindigkeitskomponente

Die Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit entlang des Schneckenkanals der Dekantierzentrifuge setzt sich aus den Einzelkomponenten der radialen-, axialen und tangentialen Geschwindigkeit zusammen. Handelt es sich bei der Betrachtung der Dekantierzentrifuge nicht um einen divergenten Schneckenrundkörper, weist der Apparat in der Regel sehr kleine Schneckensteigungswinkel im Bereich von $\beta = 5^\circ$ bis $\beta = 12^\circ$ auf. Der geringe Schneckensteigungswinkel führt dazu, dass der Einfluss der radialen und axialen Geschwindigkeitskomponente auf die Strömung vernachlässigbar ist.

An dieser Stelle hat die CFD den Vorteil, dass Strömungskomponenten getrennt voneinander analysiert werden können. Nachfolgend wird der Einfluss der Radial- und Axialgeschwindigkeit auf die Strömungsvorgänge in der untersuchten Labor-Dekantierzentrifuge für einen Volumenstrom von $\dot{V} = 40$ l/h und eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000 g$ aufgezeigt. Abbildung 6.7 stellt die Iso-Fächen der Axialgeschwindigkeit als Schnitt entlang des Schneckenkanals dar. Der Wechsel von positiven und negativen Geschwindigkeiten im konischen Teil der Maschine weist darauf hin, dass sich dort vermehrt Wirbel ausbilden. Im zylindrischen Teil liegt eine gerichtete Strömung mit positiven Werten und einer maximalen Geschwindigkeit an der Phasengrenze im Bereich von $0,007 \text{ m/s} < v_{ax} < 0,01 \text{ m/s}$ vor. Der Betrag der Strömungsgeschwindigkeit

$$|v| = (v_{i,rel}^2 + v_{ax}^2)^{0,5}, \quad (6.18)$$

berechnet sich aus den Anteilen der relativen Tangential- und der Axialgeschwindigkeit. Nachfolgend erläutert eine Beispielrechnung ausgehend von den Berechnungsergebnissen den Einfluss der Axialgeschwindigkeit auf den Flüssigkeitstransport entlang des Schneckenkanals. Für die Berechnung wird angenommen, dass $v_{i,rel} = 0,06 \text{ m/s}$ und $v_{ax} = 0,01 \text{ m/s}$ gilt. Als Ergebnis der Berechnung ist festzustellen, dass der Anteil der Axialgeschwindigkeit an der Fließrichtung bei 2 % liegt. Für die Radialgeschwindigkeit ergibt sich aufgrund der kleinen Geschwindigkeiten der annähernd gleiche Zusammenhang. Abbildung 6.7 zeigt außerdem die Iso-Flächen der Radialgeschwindigkeit entlang der Länge der Labor-Dekantierzentrifuge. Bei der Betrachtung der Iso-Flächen fällt auf, dass sich im zylindrischen Teil der Maschine Bereiche positiver und negativer Geschwindigkeiten abwechseln. Dies deutet auf eine Walzenströmung entlang des Schneckenkanals hin.

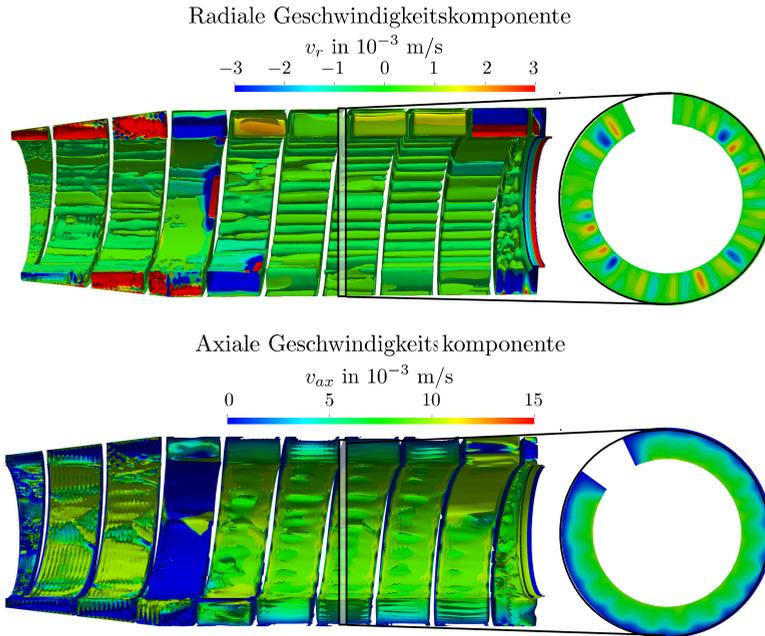


Abbildung 6.7: Iso-Flächen der radialen (oben) und axialen (unten) Geschwindigkeitskomponente für die untersuchte Labor-Dekantierzentrifuge bei $\dot{V} = 40$ l/h und $Z = 1000$ g.

Stahl [29] beschreibt ausgehend von theoretischen Überlegungen den gleichen Effekt und kommt zu der Schlussfolgerung, dass Reibungskräfte der Flüssigkeit eine stationäre Walzenströmung verursachen. Durch den Wechsel zwischen positiver und negativer Geschwindigkeiten erfolgt ein erhöhter Impulsaustausch in radialer Richtung und es entstehen Wirbel. Die Radialgeschwindigkeit der einzelnen Walzen im zylindrischen Teil des Apparates nimmt Werte im Bereich von $-0,001 \text{ m/s} < v_r < 0,001 \text{ m/s}$ für einen Volumenstrom von $\dot{V} = 40$ l/h ein und ist damit um einige Größenordnungen kleiner als die relative Tangential- oder die Axialgeschwindigkeit. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die radiale Dispersion im Vergleich zur axialen Dispersion deutlich geringer ausfällt. Des Weiteren fällt bei der Betrachtung der Radialgeschwindigkeit auf, dass die Wirbel nicht senkrecht zur Rotationsachse entstehen, sondern sich entlang des Schneckenkanals fortbewegen. Vergleicht man dies mit einem Taylor-Couette-System, bei dem die Innenseite des Zylinders schneller rotiert als die Außenseite, liegen die Wirbel im Bezug auf die Rotationsachse in der Dekantierzentrifuge um 90° gedreht vor. Als möglicher Grund sei hier die Begrenzung der auftretenden Wirbel im Strömungsgebiet durch den vorhandenen Schneckengrundkörper genannt. Im weiteren Verlauf dienen die in diesem Abschnitt gezeigten Ergebnisse der CFD als Startpunkt für die numerische Simulation des Verweilzeitverhaltens eines Spurstoffs in der untersuchten Labor-Dekantierzentrifuge.

6.4 Numerische Simulation des Verweilzeitverhaltens von Dekantierzentrifugen

Für die Berechnung des Verweilzeitverhaltens dient eine Ein-Wege-Kopplung zwischen Strömungsfeld und dem skalaren Transport eines Spurstoffs, der die gleichen physikalischen Eigenschaften wie das Fluid aufweist. Die Ergebnisse der CFD-Simulationen für das Geschwindigkeitsfeld und die turbulente Viskosität sind als Anfangswerte für die Berechnung vorzugeben. Die Ein-Wege-Kopplung stellt hier den Vorgang der experimentellen Verweilzeitmessung numerisch nach.

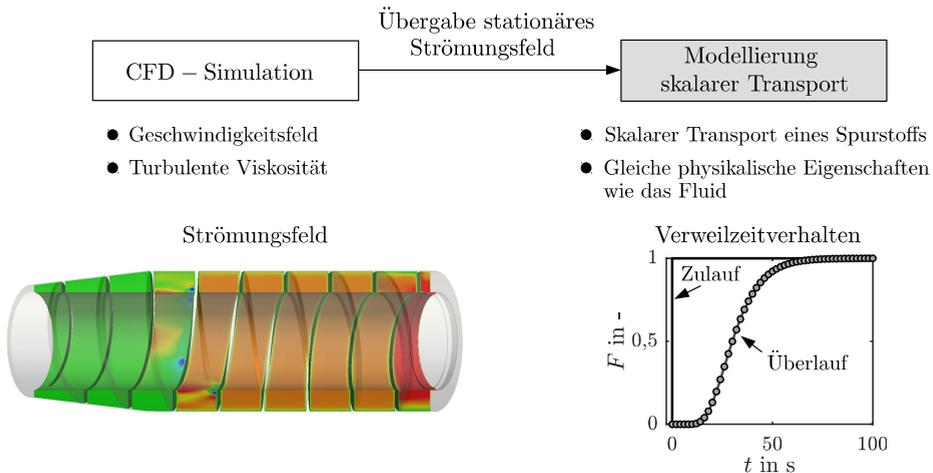


Abbildung 6.8: Schematische Darstellung der Ein-Wege Kopplung der CFD-Simulation mit dem skalaren Transport eines Spurstoffs.

Da der Spurstoff die gleichen Eigenschaften wie die Flüssigkeit aufweist, ist kein Impulsaustausch zwischen Markierungssubstanz und der kontinuierlichen Phase vorhanden. Analog zu der experimentellen Verweilzeitmessung wurde nur der Fall des Flüssigkeitsbetriebs betrachtet. Der Ablauf und die benötigten Parameter zur numerischen Simulation des skalaren Transports sind in Abbildung 6.8 dargestellt. Zum Startzeitpunkt der Simulation ist zunächst kein Spurstoff in der Maschine vorhanden. Es wird vielmehr eine sprunghafte Änderung der Markierungssubstanz zum Zeitpunkt $t = 0$ s am Zulauf vorgegeben. Ausgehend von Gleichung 6.15 und Gleichung 6.16 wird die zeitliche Änderung Spurstoffverteilung in der Labor-Dekantierzentrifuge berechnet. Aus der Berechnung leitet sich die Verweilzeitverteilung ab. Hierzu wird die Änderung der Spurstoffkonzentration am Überlauf zeitlich erfasst und über alle Flächenelemente des Randes der flächengewichtete Mittelwert der Spurstoffkonzentration gebildet.

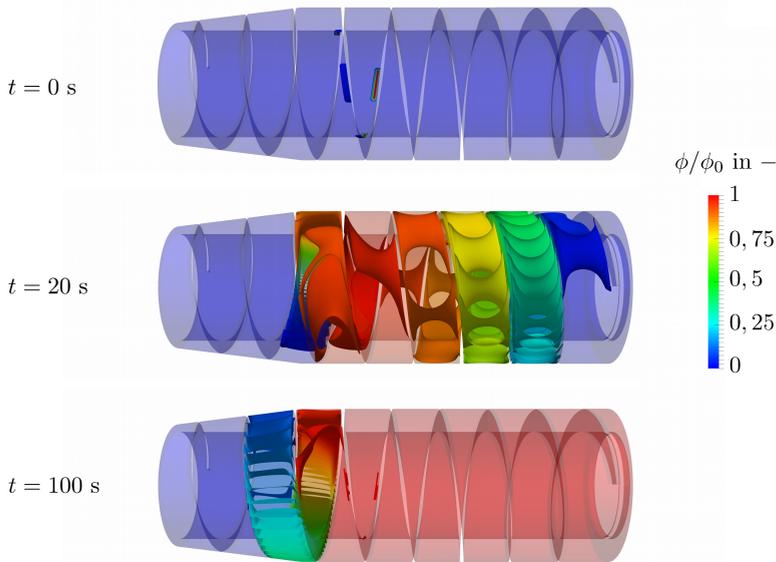


Abbildung 6.9: Zeitlicher Verlauf der normierten Spurstoffkonzentration ϕ/ϕ_0 in der untersuchten Labor-Dekantierzentrifuge. Die Darstellungsform entspricht Iso-Flächen konstanter normierter Spurstoffkonzentration

Die Definition der normierten Spurstoffkonzentration $\phi/\phi_0 = 1$ erlaubt die direkte Berechnung der Verweilzeitverteilung aus der numerischen Simulation. Abbildung 6.9 illustriert die Verteilung der normierten Spurstoffkonzentration ϕ/ϕ_0 in der Labor-Dekantierzentrifuge exemplarisch für drei Zeitschritte für einen Volumenstrom von $\dot{V} = 45 \text{ l/h}$ und eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000 g$. Als Darstellungsform dienen Iso-Flächen konstanter normierter Spurstoffkonzentration. Bereiche in denen sich ϕ/ϕ_0 nicht ändert werden mittels dieser Darstellung nicht angezeigt. Die blauen Bereiche in Abbildung 6.9 weisen darauf hin, dass kein Spurstoff vorhanden ist. In den roten Bereichen ist der Apparat vollständig mit Spurstoff gefüllt und es gilt $\phi/\phi_0 = 1$ für die normierte Spurstoffkonzentration. Wie bereits beschrieben, befindet sich zum Startzeitpunkt $t = 0 \text{ s}$ kein Spurstoff in der Maschine. Danach wird die Markierungssubstanz infolge der Strömungsbedingungen in der Labor-Dekantierzentrifuge entlang des Schneckenkanals in Richtung Überlauf transportiert. Zum Zeitpunkt $t = 20 \text{ s}$ erreicht eine geringe Konzentration des Spurstoff zum ersten Mal den Überlaufwehr. Bei der Betrachtung der Iso-Flächen der normierten Feststoffkonzentration ist festzustellen, dass eine Schichtung der Markierungssubstanz in radialer Richtung stattfindet. Spurstoffelemente, die sich nahe der Phasengrenze befinden, werden infolge der hohen Strömungsgeschwindigkeit deutlich schneller transportiert als Spurstoffelemente nahe der Trommelinnenwand.

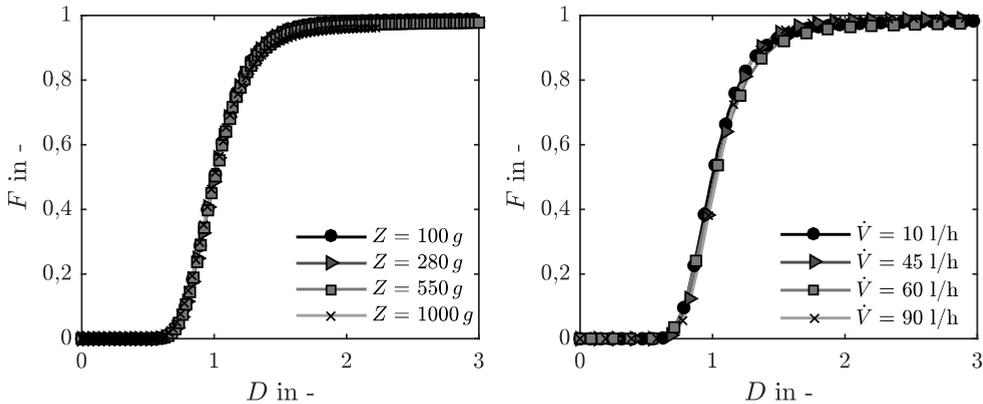


Abbildung 6.10: Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer für die Variation der Zentrifugalbeschleunigung (links) und des Volumenstroms (rechts).

Weiterhin zeigt sich, dass es zur Ausbildung eines parabolischen Profils zwischen zwei Schneckenblättern kommt. Als Grund hierfür ist die Haftbedingung der Geschwindigkeit am Schneckenblatt zu nennen. Dadurch werden Spurstoffelemente deutlich schneller in der Mitte zwischen zwei Schneckenblättern transportiert. Für einen Zeitschritt von $t = 100$ s liegt eine normierte Spurstoffkonzentration von $\phi/\phi_0 = 1$ im zylindrischen Teil der Maschine vor und es erfolgt keine weitere Änderung am Überlauf. Jedoch zeigt sich auch für $t = 100$ s, dass vor allem im konischen Teil der Maschine Bereiche mit $\phi/\phi_0 < 1$ vorhanden sind. Dieser Bereich wird nicht durchströmt und bildet ein Totvolumen.

Der Vergleich der Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer für $Z = 100$ g, 280 g, 550 g und 1000 g, bei einem Volumenstrom von $\dot{V} = 45$ l/h und einer Wehrhöhe von $h = 0,012$ m ist auf der linken Seite von Abbildung 6.10 dargestellt. Zu Beginn wird der Spurstoff durch die Labor-Dekantierzentrifuge entlang des Schneckenkanals transportiert und der erste Spurstoffanteil wird nach einer Durchströmungsziffer von $D = 0,7$ am Überlauf der Maschine detektiert. Danach kommt es zu einem schnellen Anstieg und für $D = 2$ ist keine Änderung der Verweilzeitverteilung mehr festzustellen. Dies bedeutet, dass die zweifache effektive mittlere Verweilzeit benötigt wird, bis der zylindrische Teil der Maschine vollständig mit Spurstoff gefüllt ist. Der konstante Verlauf der Verweilzeitverteilung weist darauf hin, dass kein Einfluss der Zentrifugalbeschleunigung auf die axiale Dispersion im Apparat vorhanden ist. Dies deckt sich mit den Beobachtungen der experimentellen Verweilzeitmessung aus Kapitel 5. Die rechte Seite in Abbildung 6.10 fasst den Einfluss des Volumenstroms auf die Verweilzeitverteilung für eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000$ g und eine Wehrhöhe von $h = 0,012$ m zusammen.

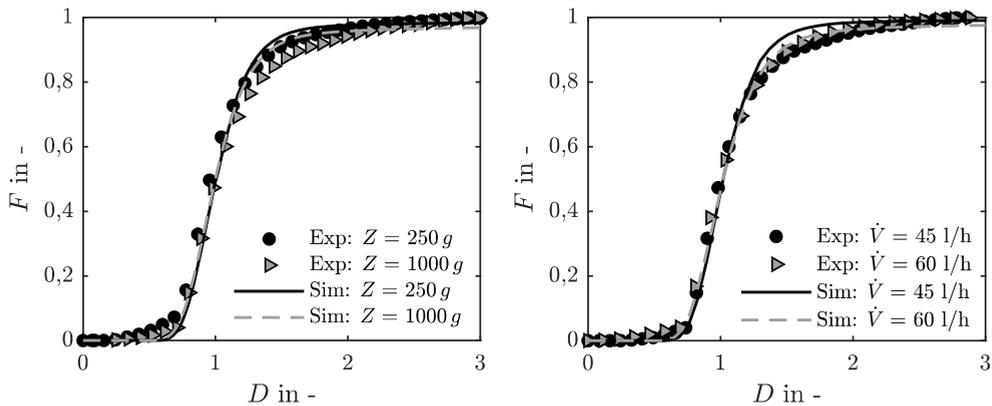


Abbildung 6.11: Vergleich der numerischen Simulation und der experimentellen Verweilzeitmessung für zwei Zentrifugalbeschleunigungen $Z = 250\text{ g}$ und $Z = 1000\text{ g}$ (links) und für zwei Volumenströme $\dot{V} = 45\text{ l/h}$ und $\dot{V} = 60\text{ l/h}$ (rechts).

Der Vergleich der einzelnen Kurvenverläufe weist ebenfalls, wie bereits für den Einfluss der Zentrifugalbeschleunigung dargelegt, keine Abhängigkeit der axialen Dispersion vom Volumenstrom auf. Vielmehr beeinflusst der Volumenstrom die effektive mittlere Verweilzeit des Spurstoffs in der Labor-Dekantierzentrifuge. Bleibt das Volumen der Zentrifuge konstant, führt eine Erhöhung des Volumenstroms zu einer Verringerung der mittleren Verweilzeit. Dadurch verschieben sich die Summenverteilungen hin zu kleineren Verweilzeiten bei konstanter axialer Dispersion.

Das linke Diagramm in Abbildung 6.11 vergleicht das Verweilzeitverhalten der numerischen Simulation mit der experimentellen Verweilzeitmessung exemplarisch für zwei Zentrifugalbeschleunigungen $Z = 250\text{ g}$ und $Z = 1000\text{ g}$, einen Volumenstrom von $\dot{V} = 45\text{ l/h}$ und eine Wehrhöhe von $h = 0,012\text{ m}$. Infolge der Vernachlässigung des Zulaufrohrs, der Vorbeschleunigungszone und des Schöpfrades ist ein direkter Vergleich der Verweilzeiten nicht möglich. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der dargestellten Ergebnisse der numerische Simulation und der experimentellen Verweilzeitmessung für $Z = 250\text{ g}$ und $Z = 1000\text{ g}$. Die maximale relative Abweichung zwischen Experiment und Simulation beträgt $\Delta F = 5\%$. Auf der rechten Seite in Abbildung 6.11 ist der Vergleich der Verweilzeitverteilung, numerischer Simulation und experimenteller Verweilzeitmessung exemplarisch für zwei Volumenströme $\dot{V} = 45\text{ l/h}$ und $\dot{V} = 60\text{ l/h}$ bei einer Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000\text{ g}$ und einer Wehrhöhe von $h = 12\text{ mm}$ zu sehen. Dabei zeigt sich für den Vergleich der beiden Methoden ebenfalls eine gute Übereinstimmung. Für eine Durchströmungsziffer von $D = 1,5$ beträgt die maximale relative Abweichung $\Delta F = 5\%$.

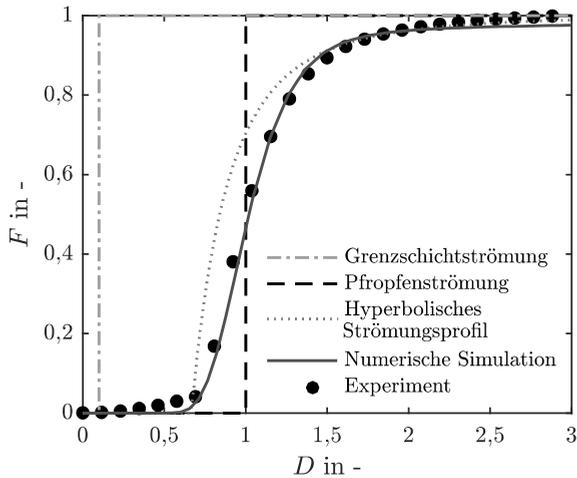


Abbildung 6.12: Vergleich von analytischen Modellen, numerischer Simulation und experimentellen Daten für die Verweilzeitverteilung als Funktion der Durchströmungsziffer.

Weiterhin fällt auf, dass die Breite der Verweilzeitverteilung der numerischen Simulation für $D > 1,2$ steiler im Vergleich zur experimentellen Verweilzeitmessung verläuft. Dies lässt auf eine geringere axiale Dispersion für die numerische Simulation schließen. Gründe hierfür liegen in der Vernachlässigung des Zulaufrohrs und des nach dem Überlauf angeordneten Schöpfrades. Vor allem durch die Geometrie des Schöpfrades kann es am Überlauf zu erhöhter axialer Dispersion kommen. Diese wird bei der experimentellen Verweilzeitmessung aufgezeichnet, hat jedoch auf den Separationsprozess keinen Einfluss. Der Vergleich analytisch berechneter, numerisch und experimentell bestimmter Verweilzeitverteilungen ist in Abbildung 6.12 für einen Volumenstrom von $\dot{V} = 45 \text{ l/h}$ und eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 1000g$ zusammengefasst. Dabei werden exemplarisch eine Grenzschichtströmung, eine Pfropfenströmung und ein hyperbolisches Strömungsprofil mit maximaler Strömungsgeschwindigkeit an der Gas-Flüssig Phasengrenze herangezogen. Die Verweilzeitverteilung

$$F(D) = 1 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{D} \right)^3, \quad (6.19)$$

für ein hyperbolisches Strömungsprofil leitet sich aus der Bilanz für ein differentielles Flächenelement her. Für die Herleitung sei an dieser Stelle auf Frost [61] verwiesen. Für die Berechnung der Verweilzeitverteilung der Grenzschichtströmung sind Annahmen zu treffen. Es wird angenommen, dass 10 % des Zentrifugenvolumen, was einer Grenzschichtdicke von $\delta = 1,2 \text{ mm}$ entspricht, durchströmt werden. Zusätzlich sind die Ergebnisse der numerischen Simulation und der experimentellen Verweilzeitmessung dargestellt.

Es lässt sich feststellen, dass sich die Modelle deutlich voneinander unterscheiden. Während die Pfropfen- und Grenzschichtströmung den Einfluss der axialen Dispersion bei der Durchströmung der Labor-Dekantierzentrifuge nicht berücksichtigen, wird durch die Annahme eines hyperbolischen Strömungsprofils mit maximaler Strömungsgeschwindigkeit an der Phasengrenze, die axiale Dispersion in der Maschine in Betracht gezogen. Weiterhin lassen die Kurven darauf schließen, dass sowohl die Grenzschicht- als auch die Pfropfenströmung die experimentelle Verweilzeitverteilung nur unzureichend abbilden. Außerdem weicht die mittlere Verweilzeit der Spurstoffelemente im Apparat für Grenzschichtströmung deutlich von der experimentellen Verweilzeitmessung ab. Das hyperbolische Strömungsprofil stellt eine bessere Näherung der experimentellen Verweilzeitmessung dar. Jedoch sind auch hier relative Abweichungen von bis zu $\Delta F = 20\%$ zu erkennen. Die numerische Simulation der Verweilzeitverteilung zeigt deutlich, dass in der Zentrifuge Strömungsbereiche mit erhöhter Rückvermischung vorliegen. Die beste Übereinstimmung liefert die numerische Simulation mit einer maximalen relativen Abweichung bezogen auf die experimentelle Verweilzeitmessung von $\Delta F = 5\%$. Jedoch sei auch angemerkt, dass die numerische Simulation des skalaren Transports eine zeitintensive Berechnungsmethode darstellt.

6.5 Vergleich der unterschiedlichen Methoden der Verweilzeitmessung

Ein weiterer wichtiger Aspekt bei der Ermittlung der Verweilzeitverteilung der Suspension in Dekantierzentrifugen stellt die Übertragbarkeit der einzelnen Messmethoden dar. Hier ist es zielführend, eine Methode zu entwickeln, die möglichst zeit- und kosteneffizient die Untersuchung der Strömungsbedingungen und der Verweilzeitverteilung auch für unterschiedliche Geometrievarianten und Parametereinstellungen ermöglicht. An dieser Stelle erlaubt die numerische Strömungssimulation das Druck- und Geschwindigkeitsfeld innerhalb des Apparates orts- und zeitaufgelöst darzustellen. Weiterhin haben offene CFD-Programme den Vorteil, dass diese durch eigene Modelle beliebig erweiterbar sind. Hier ist es beispielsweise denkbar, die Methode von Hammerich et al. [52] für die Abschätzung des Sedimentaufbaus in Dekantierzentrifugen zu erweitern. Dadurch wäre es möglich, den Einfluss des Sedimentaufbaus auf das Verweilzeitverhalten gezielt zu untersuchen.

Der Vergleich der experimentellen Verweilzeitmessung, der Charakterisierung des Systemverhaltens und der numerischen Simulation der Verweilzeitverteilung ist in Abbildung 6.13 dargestellt. Für den Vergleich wird das Systemverhalten sowohl für die sprunghafte Änderung der Feststoffkonzentration als auch die sprunghafte Änderung der Partikelgrößenverteilung am Zulauf herangezogen.

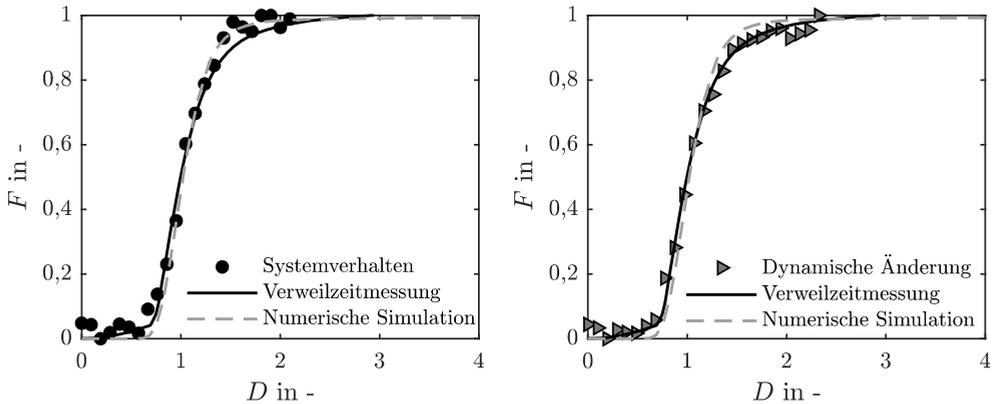


Abbildung 6.13: Vergleich der Verweilzeitmessung sowie der numerischen Simulation mit dem Antwortverhalten nach der sprunghaften Änderung des Feststoffvolumenanteils (links) und der Partikelgrößenverteilung am Zulauf (rechts).

Die normierte Darstellung der Verweilzeitverteilung erlaubt hier den Vergleich der einzelnen Verläufe selbst bei unterschiedlichen Prozessbedingungen. Dieser Umstand ergibt sich vor allem beim Vergleich der experimentellen Verweilzeitmessung sowie der numerischen Simulation mit dem Systemverhalten. Wie aus Kapitel 5 und Kapitel 6 hervorgeht, ist der Einfluss der Zentrifugalbeschleunigung auf die Verweilzeitverteilung vernachlässigbar. Die Gegenüberstellung der Ergebnisse des Systemverhaltens der untersuchten Zustandsänderungen mit den Ergebnissen der experimentellen Verweilzeitmessung und der numerischen Simulation zeigt eine gute Übereinstimmung. Aus den Ergebnissen leitet sich ein Zusammenhang zwischen dem Antwortverhalten und der Verweilzeitverteilung ab. Dies hat im Bezug auf die Charakterisierung des Systemverhaltens den Vorteil, dass die numerische Strömungssimulation für die Analyse herangezogen werden kann.

6.6 Schlussfolgerungen

Als Fazit dieses Kapitels lässt sich ziehen, dass CFD-Simulationen die Analyse des Strömungsfeldes in Dekantierzentrifugen erlauben. Die erzielten Ergebnisse zeigen, dass die Flüssigkeit im Gegensatz zu Vollmantelzentrifugen ohne interne Einbauten nicht axial in Richtung des Überlaufs strömt, sondern dem Schneckenkanal in Richtung des Überlaufs folgt. Aufgrund des kleinen Schneckensteigungswinkel kann der Einfluss der Axial- und Radialgeschwindigkeit auf die Strömungsbedingungen vernachlässigt werden. Die Differenz zwischen absoluter Tangentialgeschwindigkeit und der Starrkörperrotation liefert an dieser Stelle die relative Tangentialgeschwindigkeit. Die gewonnenen Ergebnisse der CFD-Simulation dienen als

Startwert für die Berechnung der Verweilzeitverteilung mittels des skalaren Transports einer Markierungssubstanz mit den gleichen physikalischen Eigenschaften wie das Fluid. Der Vergleich zwischen der experimentellen Verweilzeitmessung und der numerischen Simulation zeigt eine gute Übereinstimmung. Die maximale relative Abweichung bezogen auf das Experiment beträgt $\Delta F = 5 \%$. Weiterhin stellen die Ergebnisse dar, dass eine Abhängigkeit des Verweilzeitverhaltens und der Charakterisierung des Systemverhaltens für die untersuchte Labor-Dekantierzentrifuge besteht. Dies erlaubt einerseits die Ableitung des Systemverhaltens ausgehend von der numerischen Simulation und andererseits die gezielte Untersuchung von Parametervariationen mittels der CFD. Dies ermöglicht eine deutliche Reduktion von Kosten und Entwicklungszeiten. Für die Durchführung der numerischen Simulationen ist jedoch eine Kalibrierung des Modells ausgehend von einigen Experimenten notwendig.

7 Dynamische Modellierung von Dekantierzentrifugen¹

Die dynamische Simulation ist eine etablierte Methode der Fluidverfahrenstechnik und dient der Auslegung, der numerischen Optimierung oder der modellbasierten Regelung von verfahrenstechnischen Prozessen. Im Vergleich zur Fluidverfahrenstechnik liegt das Stoffsystem eines partikulären Prozesses in den meisten Fällen polydispers verteilt vor. Zur Modellierung ist hier neben den Massenbilanzen der einzelnen Phasen auch die Mengenzuflussbilanz für jede Partikelgrößenklasse zu lösen.

Dieses Kapitel zeigt die mathematische Modellierung von kontinuierlich arbeitenden Dekantierzentrifugen für die dynamische Simulation des Separationsvorgangs und der mechanischen Entfeuchtung. Die Berechnung der Trennaufgabe in Echtzeit stellt besondere Anforderungen an die Recheneffizienz der numerischen Algorithmen und klassische CFD-Ansätze sind hier aufgrund des hohen Rechenaufwands nicht anwendbar. Das in den nachfolgenden Abschnitten präsentierte mathematische Modell für die Berechnung von Dekantierzentrifugen verknüpft die trenntechnischen Materialfunktionen für das Sedimentationsverhalten und der Haufwerksbildung mit dem Verweilzeitverhalten des Apparats. Der Vergleich von Simulationsergebnissen und experimentellen Daten zur Trenneffizienz und der mechanischen Entfeuchtung dient der Validierung des entwickelten mathematischen Modells.

7.1 Stand der Technik

In den meisten Fällen ist die Herstellung eines Wertstoffs nicht mittels eines Einzelapparates durchführbar. Vielmehr ist es aus energetischer Betrachtung des Prozesses oder für eine hohe Produktqualität zielführend, eine Verschaltung von einzelnen Grundoperationen verfahrenstechnischer Prozesse zu realisieren. Die entwickelten Anlagen sind in den meisten

¹ Inhalte dieses Kapitels sind in den folgenden Referenzen veröffentlicht und für diese Dissertation angepasst: M. Gleiss and H. Nirschl (2015) Modeling Separation Processes in Decanter Centrifuges by Considering the Sediment Build-Up. *Chemical Engineering & Technology*, 38(10), 1873-1882.
M. Gleiss, S. Hammerich, M. Kespe and H. Nirschl (2017) Application of the dynamic flow sheet simulation concept to the solid-liquid separation: Separation of stabilized slurries in continuous centrifuges. *Chemical Engineering Science*, 163, 167-178.

Fällen durch Rückführungen einzelner Stoffströme gekennzeichnet, wodurch eine Dynamik der Gesamtanlage entsteht [73]. Aufgrund der hohen Investitionskosten und des immensen Energieverbrauchs solcher Anlagen ist es wünschenswert Abhängigkeiten, für das untersuchte Stoffsystem am Rechner vorherzusagen und so eine rechnergestützte Prozessoptimierung durchzuführen. Durch die in den letzten Jahren immer weiter gestiegene Rechenleistung werden vermehrt dynamische Fließschema-Simulationen auch zur Auslegung und Optimierung von partikulären Prozessen eingesetzt. Dabei unterscheiden sich partikuläre Systeme von Flüssigkeiten durch die meist verteilt vorliegenden Stoffeigenschaften.

Dosta [74] beschreibt einen sequentiellen Ansatz zur dynamischen Simulation einer Wirbelschichtsprühgranulation. Skorych et al. [75] erweitern diesen Ansatz und entwickelten eine Simulationsumgebung, die allgemein für die dynamische Simulation von vernetzten Feststoffprozessen eingesetzt werden kann. Im Bereich der Fest-Flüssig Trennung und auch der Separation mittels Vollmantelzentrifugen fehlt es jedoch an geeigneten Ansätzen zur dynamischen Simulation des zeitlichen Verlaufs der Trenneffizienz in Echtzeit.

Die bekannten Modelle sind ausschließlich für die Berechnung von stationären Vorgängen anwendbar. Die Sigma-Theorie, im deutschen Sprachgebrauch auch als Theorie der äquivalenten Klärfläche bezeichnet, ist eines der ersten Modelle zur mathematischen Beschreibung der Trenneffizienz von Vollmantelzentrifugen und wurde von Ambler [18] entwickelt. Ambler [26, 27] verknüpft zur Herleitung der Modellgleichungen das Sedimentationsverhalten mit den Prozessbedingungen und führt den Sigma-Parameter für den Scale-up auf andere Baugrößen ein. Der Einfluss der Sedimentationsbehinderung bleibt unberücksichtigt. Vielmehr beschreibt der Sigma-Parameter die Abweichung zum Modell und leitet sich aus Versuchen an Prozesszentrifugen ab. In der Modellvorstellung ist der Sigma-Parameter eine Fläche, welche die Separation äquivalent zu der Fläche eines Absetzbeckens beschreibt. Neben der Sigma-Theorie sind auch weitere Auslegungsmethoden wie die Leung-Zahl [17] in der Literatur beschrieben.

Die Leung-Zahl [17, 30] ist eine dimensionslose Kenngröße zur Abschätzung der Trenneffizienz geflockter Partikelsysteme. Die Kennzahl hängt von den eingestellten Prozessbedingungen, den Materialgrößen und der Geometrie der Zentrifuge ab. Die Kalibrierung des Modells wird mittels Experimenten für den Pilotmaßstab durchgeführt. Der Einfluss der Flockenzerstörung durch die Beschleunigung der Suspension wird in einem empirischen Parameter zusammengefasst. Es zeigt sich, dass mithilfe der Kalibrierung des Modells eine Berechnung von Maschinen in einem ähnlichen Größenbereich möglich ist. Beiser [8] erweitert die Sigma-Theorie um die hydrodynamische Wechselwirkung durch Einführen einer Korrekturfunktion für die Sedimentationsbehinderung in Abhängigkeit der Feststoffkonzentration. Der Einfluss des volumetrischen Füllgrads wird mittels eines zusätzlichen Korrekturfaktors beschrieben.

Beiser stellt den Einfluss des Abscheidegrads und der Trenneffizienz für den stationären Zustand einer Dekantierzentrifuge dar. Der Sedimentaufbau bleibt bei der Betrachtung des Separationsvorgangs unberücksichtigt. Wie eingehend dargelegt, beschäftigen sich einige Autoren mit der mathematischen Modellierung der Abscheidung in Dekantierzentrifugen. Für die dynamische Simulation sind diese Ansätze durch die Annahme eines stationären Zustands jedoch nicht geeignet. Die nachfolgenden Abschnitte befassen sich mit der Herleitung der mathematischen Zusammenhänge für die dynamische Simulation des Separationsvorgangs und der mechanischen Entfeuchtung von Dekantierzentrifugen in Echtzeit.

7.2 Bilanzraum-Ansatz zur Simulation von Dekantierzentrifugen

Infolge der kontinuierlichen Betriebsweise und der hohen Variabilität im Hinblick auf die zu prozessierenden Partikelsysteme werden Dekantierzentrifugen in einem breiten Anwendungsspektrum eingesetzt. Die am weitesten verbreitete Bauform ist die Dekantierzentrifuge mit Gegenstromprinzip. Üblicherweise ist die Trommel horizontal angeordnet und die Relativbewegung zwischen Schnecke und Trommel führt zu einem kontinuierlichen Austrag des abgeschiedenen Feststoffs, entgegengesetzt der Strömungsrichtung. Für eine umfangreiche Darstellung von Dekantierzentrifugen sei auf das Kapitel 2 und auf Stahl [29] verwiesen. Um das Gesamtverhalten des Separationsvorgangs in Dekantierzentrifugen zu erfassen, ist es erforderlich, die nachfolgenden trenntechnischen Vorgänge zu berücksichtigen:

- Vorbeschleunigung der eintretenden Suspension auf die Geschwindigkeit des rotierenden Flüssigkeitsteichs,
- Sedimentation der dispersen Phase in Richtung des Zentrifugalfelds für Feststoffkonzentrationen $\phi < \phi_{gel}$,
- Transport der flüssigen und dispersen Phase entlang des Schneckenkanals in Richtung Überlaufwehr,
- Kompression des Haufwerks für Feststoffkonzentrationen $\phi \geq \phi_{gel}$ infolge des wirkenden Feststoffgerüstdrucks,
- Transport des Sediments infolge der Relativbewegung zwischen Schneckenrundkörper und Trommel.

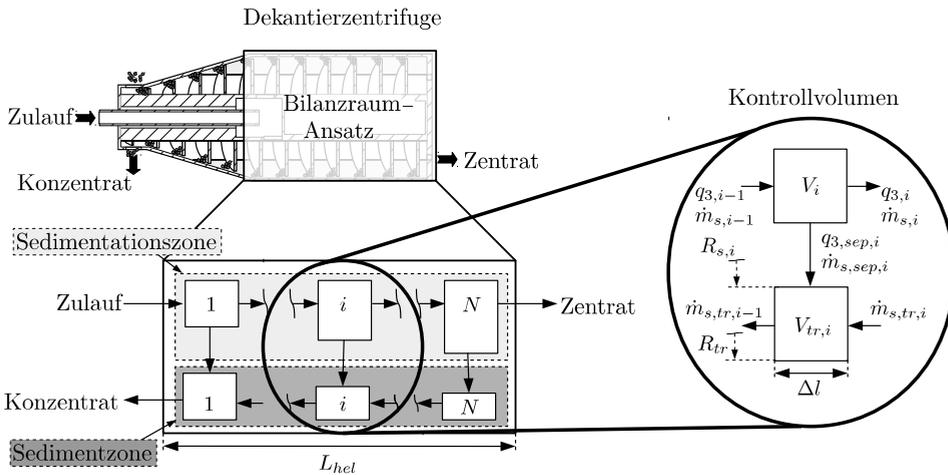


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung des modellierten Bereichs einer Dekantierzentrifuge, des Bilanzraum-Ansatzes und der Bilanzierung eines Kontrollvolumens.

Die nachfolgend gezeigte mathematische Modellierung des Separationsvorgangs vernachlässigt den konischen Teil der Dekantierzentrifuge und die mechanische Entfeuchtung durch Untersättigung des Grobkapillarsystems nach dem Auftauchen aus dem Flüssigkeitsteich. Abbildung 7.1 zeigt schematisch den Aufbau des entwickelten Bilanzraum-Ansatzes und den modellierten Bereich der Dekantierzentrifuge. Durch die kontinuierliche Arbeitsweise von Dekantierzentrifugen stellt sich im Laufe des Prozesses ein stationärer Zustand ein. Im Betrieb können jedoch Änderungen der Trenneffizienz infolge von Anfahrvorgängen oder der Änderung von Materialeigenschaften durch Produktschwankungen am Zulauf auftreten. Der zeitliche Verlauf der Partikelgrößenverteilung und der Feststoffkonzentration wird durch stationäre Modelle nicht abgebildet. Für die dynamische Simulation der trenntechnischen Vorgänge in Echtzeit ist die Auflösung des Rechengebiets mit der Simulationszeit gekoppelt.

Eine effiziente Möglichkeit der Modellierung ist aus der Fluidverfahrenstechnik bekannt, siehe hierzu Baerns [62]. Hier wird das physikalische Verhalten eines Prozesses mittels eines Ersatzschaltbildes beschrieben und so das Verweilzeitverhalten des Apparates abgebildet. Die Grundlage für die mathematische Modellierung von Dekantierzentrifugen stellt die Approximation der Verweilzeit durch ein solches Ersatzschaltbild dar. Für Dekantierzentrifugen wird das Ersatzschaltbild im weiteren Verlauf als Bilanzraum-Ansatz bezeichnet. Da sich das trenntechnische Verhalten von Suspension und Sediment deutlich voneinander unterscheidet, beinhaltet das Modell zwei Gebiete: die Sedimentations- und die Sedimentzone. In der Sedimentationszone wird das Verweilzeitverhalten der Suspension im Apparat durch eine Reihenschaltung einer definierten Anzahl an Bilanzräumen abgebildet. Infolge des wirkenden Zentrifugalfelds

sedimentieren die Partikeln in Richtung der Trommelinnenwand und ein zusätzlicher Massenstrom, welcher den Anteil an abgedehntem Feststoff beschreibt, wird eingeführt. Weiterhin fasst die Sedimentzone die Bildung des Haufwerks und den Transport des Sediments in Richtung konischem Teil der Maschine zusammen. Hier strömt ein definierter Feststoffmassenstrom, der dem abgedehnten Feststoff entspricht in die Sedimentzone und reichert sich hier in Form eines flüssigkeitsgesättigten Haufwerks an. Der Übergang zwischen Sedimentations- und Sedimentzone wird mittels des Gelpunkts modelliert. Handelt es sich bei dem betrachteten Sediment um ein inkompressibles Haufwerk, entspricht der Gelpunkt dem Feststoffvolumenanteil des Haufwerks und ist über die Sedimenthöhe konstant. Im Falle eines kompressiblen Haufwerks stellt der Gelpunkt den Ausgangszustand für die Berechnung der Konsolidierung des Haufwerks dar. Hat sich genug transportfähiges Sediment in der Sedimentzone angereichert, folgt im nächsten Schritt der Feststofftransport entgegen der Strömungsrichtung der Suspension. Der Transportmassenstrom des Feststoffs berechnet sich hier aus der Relativgeschwindigkeit zwischen Schnecke und Trommel, der Geometrie des Haufwerks und dem Materialverhalten. Eine Akkumulation von Feststoff an der Trommelinnenwand führt zu einer Reduktion des freien Strömungsquerschnitts in der Sedimentationszone und einer Verschiebung der Verweilzeit hin zu kleineren Werten. Um diesen Effekt im Modell zu berücksichtigen, wird der Radius der Sedimentoberfläche $R_{s,i}$ für jeden Zeitschritt berechnet und anschließend das Volumen V_i der Sedimentationszone korrigiert.

7.3 Mathematische Modellierung

Dieser Abschnitt dient der Herleitung makroskopischer Gleichungen zur dynamischen Simulation von Gegenstrom-Dekantierzentrifugen in Echtzeit. Dabei beinhaltet die mathematische Modellierung folgende Annahmen:

- Die Partikel sind klein im Verhältnis zum Apparat,
- Die sich ausbildende Gas-Flüssig Phasengrenze wird nicht betrachtet,
- Es treten keine Agglomerations-, Wachstums oder Bruchvorgänge während des Separationsvorgangs auf,
- Die lokale Änderung der Partikelgrößenverteilung ist durch die Verweilzeitverteilung beschrieben,
- Die Partikel liegen in jedem Bilanzraum homogen verteilt vor,
- Das gebildete Haufwerk ist nicht fließfähig.

Zur Beschreibung des Separationsvorgangs werden die ermittelten trenntechnischen Materialfunktionen der Sedimentation und des Sedimentaufbaus in den einzelnen Kontrollvolumen der Gegenstrom-Dekantierzentrifuge für jeden Zeitschritt gelöst. Dies bietet im Vergleich zu stationären Modellen, wie der Sigma-Theorie oder Leung-Zahl den Vorteil, dass die trenntechnischen Materialfunktionen für jedes Kontrollvolumen bekannt sind und dadurch sich innerhalb der Maschine zeitliche Verläufe ausbilden.

7.3.1 Sedimentationszone

Die Sedimentationszone fasst mathematisch das Sedimentationsverhalten der dispersen Phase in Dekantierzentrifugen zusammen. Zur Simulation des Transports der Partikel im Kontrollvolumen $i = 1, \dots, N$ ist sowohl eine Mengenbilanz der Partikelgrößenklasse, als auch eine Komponentenbilanz der Feststoffphase zu lösen. Die Mengenbilanz

$$\frac{d[m_{s,i}q_{3,i}(x)]}{dt} = \dot{m}_{s,i-1}q_{3,i-1}(x) - \dot{m}_{s,i}q_{3,i}(x) - \dot{m}_{s,sep,i}q_{3,sep,i}(x), \quad (7.1)$$

der Partikelgrößenklasse ergibt sich aus der Bilanzierung aller ein- und austretenden Ströme für das betrachtete Kontrollvolumen. Hierbei kennzeichnet $\frac{d[m_{s,i}q_{3,i}(x)]}{dt}$ den Akkumulations-term der Partikelgrößenklasse, $\dot{m}_{s,i-1}q_{3,i-1}(x)$ und $\dot{m}_{s,i}q_{3,i}(x)$ die Mengenanteile der ein- und ausströmenden Partikelgrößenklasse sowie $\dot{m}_{s,sep,i}q_{3,sep,i}(x)$ den Mengenanteil der abgeschiedenen Partikel. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass Gleichung 7.1 keine Veränderung der Partikelgrößenverteilung infolge von Agglomeration, Wachstum oder Bruch beschreibt. Im übertragenden Sinne bedeutet dies für Dekantierzentrifugen, dass ein möglicher Partikelbruch in der Beschleunigungszone des Apparates nicht beschrieben wird. Für eine mathematische Beschreibung ist das Bruchverhalten über Quell- und Senkenterme in Gleichung 7.1 zu berücksichtigen. Das Aufstellen einer Komponentenbilanz

$$\frac{dm_{s,i}}{dt} = \dot{m}_{s,i-1} - \dot{m}_{s,i} - \dot{m}_{s,sep,i}, \quad (7.2)$$

für die Feststoffphase erfasst die zeitliche Änderung der Feststoffkonzentration im Bilanzraum. Darin ist $\frac{dm_{s,i}}{dt}$ der Akkumulationsterm der Feststoffphase, $\dot{m}_{s,i-1}$ und $\dot{m}_{s,i}$ der ein- sowie austretende Feststoffmassenstrom und $\dot{m}_{s,sep,i}$ der Massenstrom des abgeschiedenen Feststoffs. Zur Lösung der Komponentenbilanz der Feststoffphase wird einerseits angenommen, dass der Feststoff in jedem Bilanzraum ideal rückvermischt vorliegt und der Anteil des abgeschiedenen Feststoffs sich als zeitabhängiger Abscheidegrad

$$E_i(t) = \frac{\dot{m}_{s,sep,i}}{\dot{m}_{s,i-1}}, \quad (7.3)$$

beschreiben lässt. Der Abscheidegrad gibt das Verhältnis von abgeschiedenem zu eintretendem Feststoffmassenstrom an, siehe hierzu auch Löffler [53]. Umformen von Gleichung 7.3 und anschließendes Einsetzen in Gleichung 7.2 liefert:

$$\frac{dm_{s,i}}{dt} = \dot{m}_{s,i-1} \left[1 - E_i(t) - \frac{\dot{m}_{s,i}}{\dot{m}_{s,i-1}} \right]. \quad (7.4)$$

Zur Umrechnung der Massen- in eine Volumenbilanz

$$V_i \frac{d\phi_i}{dt} = \dot{V}_{i-1} \phi_{i-1} \left[1 - E_i(t) - \frac{\dot{V}_i \phi_i}{\dot{V}_{i-1} \phi_{i-1}} \right], \quad (7.5)$$

sind für die Feststoffmasse $m_s = \rho_s \phi V$ und den Feststoffmassenstrom $\dot{m}_s = \rho_s \phi \dot{V}$ die beschriebenen Abhängigkeiten in Gleichung 7.4 einzusetzen. Hierbei kennzeichnet V_i das Volumen und \dot{V}_{i-1} sowie \dot{V}_i die Volumenströme die Ein- und Austreten. Außerdem sind ϕ_{i-1} und ϕ_i die Feststoffvolumenanteile am Ein- und Ausgang des Kontrollvolumens. Der Abscheidegrad

$$E_i(t) = \int_{x_{min}}^{x_{max}} T_i(x,t) q_{3,i-1}(x,t) dx, \quad (7.6)$$

stellt in Gleichung 7.5 eine unbekannte Größe dar und ergibt sich mittels der Integration des Produktes der Dichteverteilung $q_{3,i-1}(x,t)$ am Eintritt des Kontrollvolumens und dem Trenngrad $T_i(x,t)$ über den gesamten Partikelgrößenbereich. Sowohl die Dichteverteilung am Eingang des Kontrollvolumens als auch der Trenngrad sind ebenfalls zeitabhängige Größen und ändern sich während des Separationsvorgangs auf unterschiedliche Weise. Entweder verringert sich das Volumen eines Bilanzraums der Sedimentationszone durch den Sedimentaufbau und es folgt eine Änderung der geometrischen Verhältnisse der Sedimentationszone oder es ist eine Änderung der Materialeigenschaften am Zulauf festzustellen. Aus dem Einsetzen des mathematischen Zusammenhangs für den Abscheidegrad in Gleichung 7.5 folgt die zeitliche Änderung der Feststoffkonzentration

$$V_i \frac{d\phi_i}{dt} = \dot{V}_{i-1} \phi_{i-1} \left[1 - \int_{x_{min}}^{x_{max}} T_i(x,t) q_{3,i-1}(x,t) dx - \frac{\dot{V}_i \phi_i}{\dot{V}_{i-1} \phi_{i-1}} \right], \quad (7.7)$$

für das betrachtete Kontrollvolumen. Beiser [8] geht für die Herleitung des Trenngrads von einer Gleichverteilung der Partikel über den gesamten Strömungsquerschnitt aus. Der Trenngrad

$$T_i(x,t) = \frac{A_{sep,i}(t)}{A_{ges}}, \quad (7.8)$$

ergibt sich für diesen Fall aus einem Flächenverhältnis. Hier ist $A_{sep,i}(t) = B_k[R_{s,i}(t) - R_{krit}]$ die Fläche der kritischen Startposition und $A_{ges} = B_k[R_{s,i}(t) - R_w]$ die Gesamtfläche des Flüssigkeitsteichs. Wie in Kapitel 6 für die Labor-Dekantierzentrifuge abgeleitet, findet der Transport der Suspension entlang des Schneckenkanals statt. Aus diesem Grund wird für die

weitere mathematische Beschreibung des Trenngrads von einem rechteckigen Strömungskanal ausgegangen und im Fall einer Dekantierzentrifuge die abgewinkelte Schnecke modelliert. An dieser Stelle sei für die Definition der Abwicklung des Schneckenkanals auf Abschnitt 7.3.3 verwiesen. Durch Einsetzen der Flächeninhalte in Gleichung 7.8 ergibt sich der Trenngrad wie folgt:

$$T_i(x, t) = \frac{R_{s,i}(t) - R_{krit}}{R_{s,i}(t) - R_w}. \quad (7.9)$$

Der Radius $R_{s,i}(t)$ hängt von der Zeit ab und stellt die radiale Position der Sedimentoberfläche dar. Zum Startzeitpunkt gilt $R_{s,i}(t) = R_{ir}$. Der kritische Radius

$$R_{krit} = R_{s,i}(t) \cdot \exp \left[- \frac{(\rho_s - \rho_l) h(\phi, t) x^2 \omega^2 (R_{s,i}(t) - R_w) B_k \Delta l}{18 \eta_l \dot{V}_{i-1}} \right], \quad (7.10)$$

entspricht hier der Startposition von der ein Partikel sedimentieren muss, damit es gerade noch in der Zentrifuge verbleibt und berechnet sich durch Gleichsetzen der Sedimentationszeit und der Verweilzeit. Das Sedimentationsverhalten der Partikel in Gleichung 7.10 gilt unter der Annahme sehr feiner Partikel und einer schleichenden Umströmung. Die hydrodynamischen Wechselwirkungen zwischen der dispersen Phase und der Flüssigkeit ist in der Sedimentationsbehinderung $h(\phi, t)$ zusammengefasst. Weiterhin sei B_k die Breite des Schneckenkanals und $\Delta l = L_{hel}/N$ die Länge des Kontrollvolumens. Diese berechnet sich aus dem Verhältnis der Länge L_{hel} des abgewinkelten Schneckenkanals und der Anzahl N der definierten Bilanzräume. Das Einsetzen von Gleichung 7.10 in 7.9 ergibt den mathematischen Zusammenhang des Trenngrades

$$T_i(x, t) = \frac{R_{s,i}(t)}{R_{s,i}(t) - R_w} \left\{ 1 - \exp \left[- \frac{(\rho_s - \rho_l) h(\phi, t) x^2 \omega^2 (R_{s,i}(t) - R_w) \Delta l B_k}{18 \eta_l \dot{V}_{i-1}} \right] \right\}, \quad (7.11)$$

in Abhängigkeit der Materialeigenschaften, Geometrie der Zentrifuge und Prozessbedingungen. Eine weitere Annahme ist aus der Voraussetzung der Simulation in Echtzeit gegeben. Zur Reduktion des Rechenaufwands wird der Akkumulationsterm der Mengenbilanz $\frac{d[m_{s,i} q_{3,i}(x)]}{dt}$ aus Gleichung 7.1 für die Echtzeitsimulation vernachlässigt. Daraus folgt, dass die zeitliche Änderung der Partikelgrößenverteilung durch das im Apparat vorhandene Verweilzeitverhalten zum aktuellen Zeitschritt beschrieben wird. Durch die getroffene Annahme berechnet sich die Dichteverteilung des abgeschiedenen Feststoffs

$$q_{3,sep,i}(x, t) = \frac{T_i(x, t) \cdot q_{3,i-1}(x, t)}{E_i(t)}, \quad (7.12)$$

und die Dichteverteilung des ausströmenden Feststoffs

$$q_{3,i}(x, t) = q_{3,i-1}(x, t) \frac{1 - T_i(x, t)}{1 - E_i(t)}, \quad (7.13)$$

aus dem Trenngrad, der Dichteverteilung am Eingang des Kontrollvolumens und dem Abscheidegrad. Im nachfolgenden Abschnitt wird auf die mathematische Modellierung der Sedimentzone näher eingegangen.

7.3.2 Sedimentzone

Während in der Suspension vereinzelt Partikelkontakte auftreten, liegt in Haufwerken ein permanenter Partikelkontakt vor. Infolgedessen werden Normal- und Schubspannungen im Haufwerk übertragen und es kommt am Übergang von Suspension zum Sediment zu einer sprunghaften Änderung des Materialverhaltens. Dieses charakteristische Verhalten dient als Grundlage für die mathematische Modellierung der Haufwerkbildung und des Feststofftransports durch die Schnecke in der Sedimentzone. Die Komponentenbilanz

$$\frac{dm_{s,tp}}{dt} = \dot{m}_{s,sep,i} + \dot{m}_{s,tp,i} - \dot{m}_{s,tp,i-1}, \quad (7.14)$$

des Feststoffs folgt aus der Bilanzierung für alle Kontrollvolumen der Sedimentzone $i = 1, \dots, N$ und führt zu einem Gleichungssystem mit N Unbekannten. Hierbei kennzeichnet $\frac{dm_{s,tp}}{dt}$ die im Kontrollvolumen akkumulierte Feststoffmasse und $\dot{m}_{s,sep,i}$ den abgeschiedenen Feststoffmassenstrom. Weiterhin sind $\dot{m}_{s,tp,i}$ und $\dot{m}_{s,tp,i-1}$ die in den Bilanzraum hinein und heraus transportierten Massenströme. Da das Sediment in Zentrifugen ein definiertes Volumen des Apparates einnimmt und folglich den freien Strömungsquerschnitt beeinflusst, wird Gleichung 7.15 in eine Volumenbilanz

$$\frac{dV_{s,tp}}{dt} = \dot{V}_{s,sep,i} + \dot{V}_{s,tp,i} - \dot{V}_{s,tp,i-1}, \quad (7.15)$$

zur Beschreibung der Feststoffphase umgeformt. Darin ist $\dot{V}_{s,sep,i}$ der Volumenstrom des abgeschiedenen Feststoffs, $\dot{V}_{s,tp,i}$ der Volumenstrom des in das Kontrollvolumen transportierten Feststoffs und $\dot{V}_{s,tp,i-1}$ der Volumenstrom des aus dem Kontrollvolumen heraus transportierten Feststoffs. Der Volumenstrom

$$\dot{V}_{s,sep,i} = \phi_{i-1} \dot{V}_{i-1} E_i(t), \quad (7.16)$$

des abgeschiedenen Feststoffs berechnet sich wiederum aus dem Abscheidegrad. Die Mechanismen der Haufwerkbildung unterscheiden sich je nach Partikelgröße. Für grobdisperse, stabilisierte Suspensionen bilden sich inkompressible Haufwerke aus. Hier ist die Porosität keine Funktion des Feststoffgerüstdrucks. Falls keine Entmischungseffekte des Partikelsystems während der Sedimentation auftreten, bildet sich ein Haufwerk konstanter Porosität. Für den beschriebenen Fall ist $\phi_{sed,i}$ der Feststoffvolumenanteil des Sediments und stellt eine aus Laborversuchen ableitbare Größe dar. Für feindisperse, destabilisierte Suspensionen steigt der

Einfluss interpartikulärer Wechselwirkungen und es bilden sich ein kompressibles Haufwerk. Hier ist die Porosität eine Funktion des Feststoffgerüstdrucks. Den Ausgangspunkt für die Berechnung kompressibler Haufwerke stellt in diesem Modell der Gelpunkt dar. Hier gilt für den Feststoffvolumenanteil zum Startzeitpunkt $\phi_{sed,i} = \phi_{gel}$. Es wird davon ausgegangen, dass die Feststoffkonzentration in radialer Richtung zur Trommelinnenwand hin ansteigt.

Die Kompression des Haufwerks berechnet sich analog zu dem in Abschnitt 4.4.2 vorgestellten numerischen Algorithmus für jedes Kontrollvolumen $i = 1, \dots, N$. Dabei startet der Algorithmus am Gelpunkt und ermittelt anschließend den Feststoffvolumenanteil für jede Schicht. Infolgedessen wird die volumengemittelte Feststoffkonzentration $\bar{\phi}_{sed,i}(t)$ über die radiale Position gebildet und für die Berechnung des Feststoffvolumenstroms des transportfähigen Sediments herangezogen. Der Volumenstrom

$$\dot{V}_{s,ip,i} = \bar{\phi}_{sed,i}(t) A_{s,i}(t) \bar{v}_{ip}, \quad (7.17)$$

des transportfähigen Feststoffs ergibt sich aus dem Produkt des volumengemittelten Feststoffvolumenanteils $\bar{\phi}_{sed,i}$ im Sediment, der Querschnittsfläche $A_{s,i}(t)$ des Sediments und der mittleren Transportgeschwindigkeit \bar{v}_{ip} . Zur Beschreibung der Transportgeschwindigkeit des Sediments kommt ein modifizierter Ansatz von Records [46] zum Einsatz. Für die abgewinkelte eingängige Schnecke lässt sich die mittlere Transportgeschwindigkeit vereinfacht mit der folgenden Beziehung darstellen:

$$\bar{v}_{ip} = T \cdot B_k \frac{\Delta n}{\sin(\beta)}. \quad (7.18)$$

Hier ist Δn die Differenzdrehzahl zwischen Schnecke und Trommel und β der Schneckensteigungswinkel. Die Variable T stellt die Transporteffizienz des Schneckengrundkörpers dar. Für $T = 0$ wird das Haufwerk in Umfangsrichtung transportiert und der Sedimenttransport in der Zentrifuge kommt zum Erliegen. Im Gegensatz dazu wird das Sediment für $T = 1$ ausschließlich in axialer Richtung transportiert. Dies ist gleichbedeutend damit, dass die Schnecke während einer Umdrehung das Sediment um die Breite des Gangs in Richtung Konus verschiebt. Im Realbetrieb stellen sich infolge von Reibungseffekten und nicht-idealem Verhalten immer Werte von $T < 1$ ein. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Transporteffizienz einen empirischen Parameter darstellt, der über experimentelle Messungen abgeleitet werden muss. Eine weitere Möglichkeit zur Charakterisierung der Transporteffizienz stellt die numerische Strömungssimulation dar. Unter Berücksichtigung des Fließ- und Reibungsverhaltens ist hier denkbar, durch aufgelöste CFD-Simulationen ausgehend von der Bewegung eines dynamischen Gitters das Transportverhalten numerisch abzuleiten. Für eine weiterführende Literaturstudie zum Sedimenttransport in Dekantierzentrifugen sei auf Reif et al. [44], Stahl [29] und Stickland [43] verwiesen.

7.3.3 Kopplung der Sedimentations- und Sedimentzone

Dekantierzentrifugen liegen in den unterschiedlichsten Bauformen vor. Die nachfolgenden Gleichungen gelten für Dekantierzentrifugen, deren Schneckenrundkörper keine Löcher auf der Höhe des Flüssigkeitsteichs aufweisen. Die Bohrungen im Schneckenrundkörper haben zur Folge, dass Kurzschlussströmungen in axialer Richtung entstehen und sich dadurch eine im Vergleich zu konventionellen Dekantierzentrifugen abweichende Strömungsform einstellt. Abbildung 7.2 zeigt schematisch die zylindrische Trommel mit dem Sedimentationspfad und die daraus abgeleitete Abwicklung des Schneckenkanals. Das Sedimentationsverhalten, die Haufwerksbildung und der Sedimenttransport wird ausgehend vom abgewickelten Strömungskanal berechnet und die Gas-Flüssig Phasengrenze bei der Simulation vernachlässigt. Die Abwicklung der Schnecke

$$L_{hel} = \frac{L_{zyl}}{B_k} \cdot \left[(2\pi R_m)^2 + B_k^2 \right]^{0.5}, \quad (7.19)$$

des zylindrischen Teils der Dekantierzentrifuge in die Ebene resultiert in einer Geraden mit der Länge L_{hel} und dem Steigungswinkel β . Die Bogenlänge berechnet sich aus dem Umfang des Bogens bezogen auf den mittleren Radius, der Anzahl der Windungen sowie der axialen Länge L_{zyl} der zylindrischen Trommel. Das Volumen

$$V_{hel} = L_{hel} \Delta R \cdot (B_k - \Delta s), \quad (7.20)$$

der Schneckenabwicklung entspricht in guter Näherung einem Kanal mit Rechteckgestalt und ergibt sich aus der Gangbreite B_k , der Schneckenblattdicke Δs , der Länge der Abwicklung L_{hel} und der Kanalhöhe ΔR . Vergleicht man das Volumen eines Hohlzylinders mit dem Volumen der Abwicklung, ergibt sich eine maximale relative Abweichung von $\Delta V = 1\%$. Die Ortsdiskretisierung entlang der abgewickelten Schnecke wird mittels eines äquidistanten Gitters realisiert, wodurch $\Delta l = L_{hel}/N$ für die diskretisierte Länge der Schneckenabwicklung gilt. Weiterhin sei das Volumen

$$V_i(t) = B_k \Delta l (R_{s,i}(t) - R_w), \quad (7.21)$$

eines Bilanzraums der Sedimentationszone aus den geometrischen Verhältnissen des abgewickelten Schneckenkanals definiert. Zum Startzeitpunkt der Simulation gilt $R_{s,i}(t) = R_{tr}$. Im Laufe des Separationsprozesses reichern sich die Partikel in Form eines flüssigkeitsgesättigten Sediments an der Trommelinnenwand an und das Sedimentvolumen steht für die Abscheidung nicht mehr zur Verfügung. Infolgedessen reduziert sich der freie Strömungsquerschnitt und wird mittels der Berechnung des Sedimentvolumens korrigiert. Der Radius der Sedimentoberfläche eines Bilanzraums berechnet sich wie folgt:

$$R_{s,i}(t) = R_{tr} - \frac{V_{tp,i}(t)}{B_k \Delta l}. \quad (7.22)$$

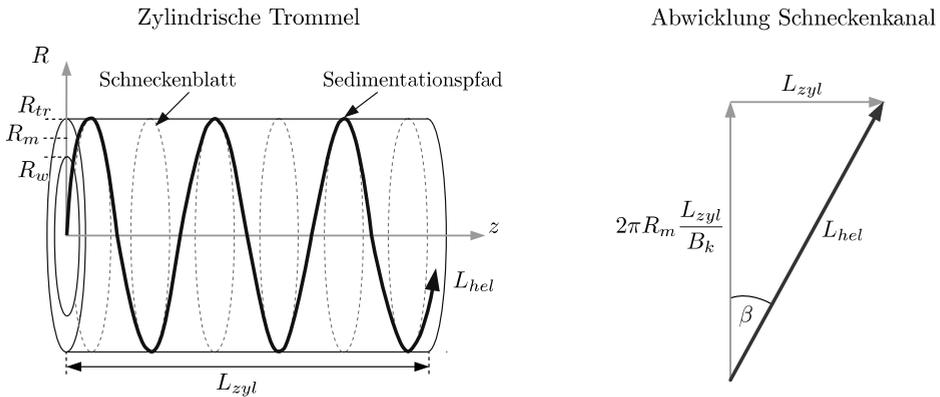


Abbildung 7.2: Schematische Darstellung des Sedimentationspfads in der zylindrischen Trommel (links) und der Abwicklung des Schneckenkanals (rechts). In Anlehnung an Stickland [43]

Bei der Haufwerksbildung sind zwei unterschiedliche Szenarien, die vom Materialverhalten des Sediments abhängen, denkbar. Ein fließfähiges Haufwerk wird sich gleichmäßig über die Gangbreite des Dekantierzentrifuge verteilen. Der Schnitt in axialer Richtung des Haufwerks zeigt hier eine näherungsweise rechteckförmige Gestalt des Sediments. Für ein kohäsives Haufwerk hingegen dominieren die inneren Reibungskräfte und der Schnitt in axialer Richtung zeigt je nach Haufwerkshöhe eine Dreiecks- oder Trapezgestalt. Zur Reduktion des Rechenaufwands wird davon ausgegangen, dass sich das Haufwerksvolumen durch einen Quader beschreiben lässt. Dadurch berechnet sich die Querschnittsfläche

$$A_{s,i}(t) = B_k [R_{tr} - R_{s,i}(t)], \quad (7.23)$$

des Sediments im abgewickelten Schneckenkanal eines Kontrollvolumens aus dem Flächeninhalt eines Rechtecks. Abbildung 7.3 illustriert die Abwicklung des Schneckenkanals und die Diskretisierung des Gebiets exemplarisch für zwei Zeitschritte. Zum Startzeitpunkt für $t = 0$ s ist das Gebiet vollständig mit Flüssigkeit gefüllt. Anschließend sedimentiert der Feststoff durch die wirkende Zentrifugalkraft radial in Richtung Trommelinnenwand und reichert sich dort als Sediment an. Die vorhandene Feststoffverteilung entlang des Schneckenkanals resultiert in einer abweichenden Geometrie der Sedimentationszone. Aus diesem Grund wird wie bereits beschrieben die radiale Position der Sedimentoberfläche, die Querschnittsfläche des Sediments $A_{s,i}(t)$ und damit auch das Volumen der Sedimentationszone V_i sowie der Sedimentzone $V_{tr,i}$ für jeden Zeitschritt neu berechnet. Die eingestellten Prozessbedingungen und das Materialverhalten der Suspension können dazu führen, dass sich in einem Kontrollvolumen mehr Feststoff als möglich anlagert.

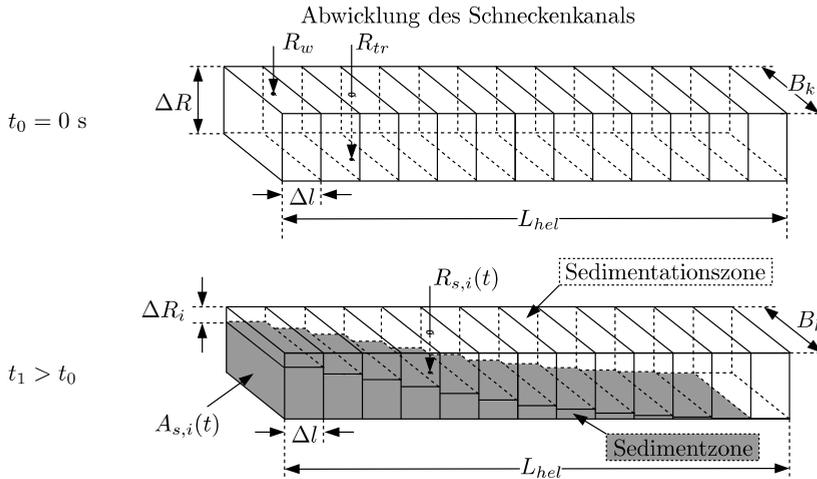


Abbildung 7.3: Schematische Darstellung der Diskretisierung für die Abwicklung des Schneckenkanals exemplarisch für zwei Zeitpunkte.

Um numerische Instabilitäten zu verhindern, wird ein maximaler volumetrischer Füllgrad für die einzelnen Kontrollvolumen vorgegeben und daraus der maximale Radius

$$R_{max} = R_{tr} - U_{max}(R_{tr} - R_w), \quad (7.24)$$

der Sedimentoberfläche abgeleitet. Der volumetrische Füllgrad beschreibt das Verhältnis aus Sediment- zu Zentrifugenvolumen. Die Annahme eines maximalen Füllgrads leitet sich aus experimentellen Untersuchungen von Frost [61] und Beiser [8] her. Beide Autoren weisen darauf hin, dass das Sediment in Dekantierzentrifugen ein maximalen Füllgrad von $U_{max} = 0,95$ erreicht. Die Grundlage für dieses Verhalten bildet der Strömungszustand der Suspension in der Maschine. Für einen hohen Füllgrad von $U = 0,95$ liegt eine sehr geringe Verweilzeit der dispersen Phase im Apparat vor und die Partikel werden über den Überlauf aus der Zentrifuge ausgetragen. Daraus leitet sich für die dynamische Simulation ab, dass bei Erreichen der maximalen Sedimentoberfläche $R_{s,i} \leq R_{max}$ für den Trenngrad $T_i(x,t) = 0$ gilt. Dies ist gleichbedeutend damit, dass in diesen Bereichen kein weiterer Feststoff sedimentiert.

7.4 Dynamische Simulation der Abscheidung und des Sedimentaufbaus

Dieser Abschnitt dient der Darstellung von Einflussgrößen auf die dynamische Simulation der Separation in Dekantierzentrifugen. Als Modellprodukt wurde PVC mit der Bezeichnung P70 und die in Kapitel 3 beschriebene Labor-Dekantierzentrifuge eingesetzt. Dabei erlaubt die dynamische Simulation im Vergleich zur Berechnung mit stationären Modellen die Beschreibung der Einflussparameter als zeitabhängige Größen. Beispielhaft sei hier die Feststoffkonzentration des Überlaufs oder der Füllgrad der Zentrifuge genannt. Beide sind während des Separationsvorgangs miteinander gekoppelt und beeinflussen sich somit gegenseitig.

7.4.1 Einfluss der Bilanzraum-Anzahl

Die nachfolgenden Ergebnisse beziehen sich auf die Simulation einer Dekantierzentrifuge im Labormaßstab. Die Kenngrößen des Apparates wurden bereits in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Eine wichtige Größe der mathematischen Modellierung stellt die Anzahl der zur Verfügung stehenden Kontrollvolumen und die Abbildung des Verweilzeitverhaltens dar. Die linke Seite in Abbildung 7.4 zeigt den Einfluss der Anzahl der Bilanzräume N auf den zeitlichen Verlauf der Feststoffkonzentration am Überlauf für das Produkt PVC P70. Als Einstellungen dienen eine Wehrhöhe von $h = 6$ mm, eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 500 g$ und ein Volumenstrom von $\dot{V} = 30$ l/h. Weiterhin wird zum späteren Vergleich der normierten dynamischen Änderung, die Feststoffkonzentration des Zulaufs zum Zeitpunkt $t = 250$ s sprunghaft von $\phi_{in} = 2$ Vol.-% auf $\phi_{in} = 3$ Vol.-% erhöht.

Für das Sedimentationsverhalten wurde angenommen, dass sich die Sedimentationsbehinderung durch den Ansatz von Richardson und Zaki [10] beschreiben lässt. Die experimentelle Ermittlung mittels der Hermle Kühlzentrifuge unter Variation der Drehzahl zeigt die Ausbildung eines inkompressiblen Haufwerks. Die Porosität beträgt für den untersuchten Fall $\varepsilon = 45$ Vol.-%. Weiterhin wird für den Zulauf die in Abbildung 3.5 dargestellte Partikelgrößenverteilung vorgegeben. Bei der Betrachtung der Simulationsergebnisse fällt auf, dass sich sowohl die Feststoffkonzentration des Überlaufs zeitlich ändert als auch eine Verschiebung der Feststoffkonzentration mit Erhöhung von N stattfindet. Als Grund kann hier einerseits der Anstieg der radialen Rückvermischung während der Abscheidung durch die Annahme einer homogenen Verteilung der Partikel in jedem Kontrollvolumen genannt werden. Andererseits sinkt die axiale Rückvermischung mit der Erhöhung der Anzahl der Bilanzräume in der Sedimentationszone. Dadurch bilden sich steilere Verläufe aus, die sich einem idealen Strömungsrrohr annähern. Des Weiteren kommt es zu Beginn der zeitaufgelösten Simulation infolge des Anfahrvorgangs zu einem verzögerten Austrag des Feststoffs am Überlauf.

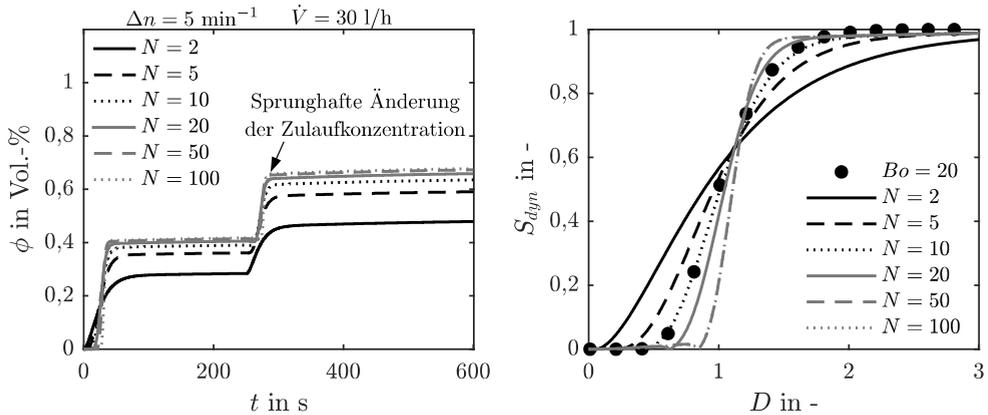


Abbildung 7.4: Links: Zeitlicher Verlauf der Feststoffkonzentration am Überlauf für verschiedene Werte von N für die untersuchte Labor-Dekantierzentrifuge nach sprunghafter Änderung von $\phi_{in} = 2$ Vol.-% auf $\phi_{in} = 3$ Vol.-%; Rechts: Normierte dynamische Änderung als Funktion der Durchströmungsziffer unter Variation von N .

Die erstmalige Durchströmung des Apparates hängt hier vom Volumen der Maschine und dem Volumenstrom ab und hat somit einen erheblichen Einfluss auf die Verweilzeit. Hat die Suspension den Überlauf erreicht, kommt es zu einem steilen Anstieg der Feststoffkonzentration, bis sich annähernd ein stationärer Zustand einstellt. Im nächsten Schritt führt eine sprunghafte Änderung der Feststoffkonzentration am Zulauf für $t = 250$ s zu einer Veränderung der trenntechnischen Eigenschaften im Apparat. Hier ergibt sich ein deutlich steilerer Verlauf mit Erhöhung der Bilanzraumanzahl. Das Antwortverhalten der dynamischen Änderung lässt sich wiederum auf die Annäherung eines idealen Strömungsrohrs mit der Erhöhung der Anzahl der Kontrollvolumen zurückführen. Dies zeigt sich ebenfalls für die normierte dynamische Änderung am Überlauf der Dekantierzentrifuge, welche auf der rechten Seite in Abbildung 7.4 dargestellt ist. Die für eine Bodenstein-Zahl $Bo = 20$ dargestellte Funktion stellt in diesem Zusammenhang die Anpassung der aus Abbildung 5.15 bekannten Daten für die sprunghafte Änderung der Feststoffkonzentration dar.

Es lässt sich aus den Ergebnissen der normierten dynamischen Änderung ableiten, dass das Verweilzeitverhalten durch $N = 10$ Bilanzräume gut abgebildet wird. Jedoch zeigt sich auch, dass eine Erhöhung von N zu einem unwesentlich steileren Verlauf führt. Es lässt sich wiederum für den Sedimentaufbau feststellen, dass hier eine feinere Auflösung des Rechenggebietes für eine detaillierte Betrachtung des Sedimentaufbaus wünschenswert ist. Abbildung 7.5 stellt den Einfluss der Bilanzraumanzahl auf die Feststoffkonzentration und den volumetrischen Füllgrad dar.

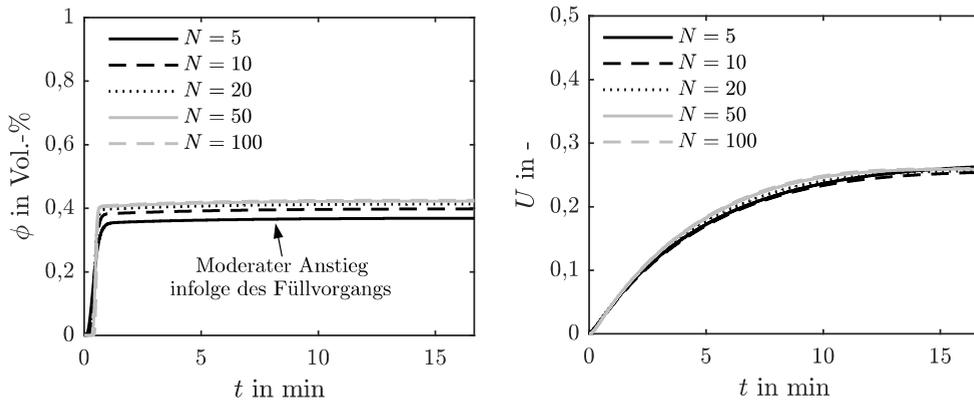


Abbildung 7.5: Einfluss der Bilanzräume auf den zeitlichen Verlauf der Feststoffkonzentration am Überlauf (links) und des volumetrischen Füllgrads (rechts) für $\dot{V} = 30$ l/h, $\phi_{in} = 2$ Vol.-%, $Z = 500$ g und $h = 6$ mm.

Als Differenzdrehzahl dient $\Delta n = 5 \text{ min}^{-1}$ und die Transporteffizienz wird mit $T = 0,2$ vorgegeben. Im Vergleich zu Abbildung 7.4 wird für die Beurteilung des zeitlichen Füllvorgangs keine sprunghafte Änderung der Feststoffkonzentration am Zulauf vorgegeben, sondern der Anfahrvorgang bis zum Erreichen des stationären Zustands betrachtet. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass sich die Feststoffkonzentration am Überlauf nach einer Zeit von $t = 1$ min nur noch geringfügig ändert. Die Maschine wurde vollständig durchströmt und eine Änderung der Feststoffkonzentration tritt nur noch infolge des Anstiegs des volumetrischen Füllgrads auf.

Weiterhin fällt auf, dass sich für den volumetrischen Füllgrad ein stationärer Zustand nach einer Zeit von $t = 15$ min einstellt. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass eine experimentelle Analyse des zeitlichen Verlaufs des Füllgrads für Dekantierzentrifugen nicht ohne weiteres durchführbar ist. Hier wird in der Industrie auf eine indirekte Messung des Drehmoments von Trommel und Schnecke zurückgegriffen und dadurch das Erreichen stationärer Zustände abgeschätzt. Das aufgebrachte Drehmoment hängt hier vom Materialverhalten und der im System vorhandenen Feststoffmasse ab. Dadurch lässt sich über den Verlauf des Drehmoments vorhersagen, ob sich ein stationärer Zustand einstellt. Aus experimentellen Beobachtungen des Separationsprozesses in Dekantierzentrifugen ist bekannt, dass sich für den Feststoffaustrag am Überlauf deutlich schneller ein konstantes Verhalten im Vergleich zum Sedimentaufbau einstellt.

7.4.2 Einfluss der Transporteffizienz

Dem Sedimentaufbau in Dekantierzentrifugen liegt infolge des Sedimenttransports ein instationäres Verhalten zugrunde, dass eine zeit- und ortsaufgelöste mathematische Modellierung erfordert. Bei der Betrachtung der Literatur fällt auf, dass keine allgemeingültigen Modelle zur Beurteilung des Transportverhaltens flüssigkeitsgesättigter Haufwerke in Dekantierzentrifugen vorhanden sind. Die meisten Modelle beschränken sich auf die Definition einer Transportgeschwindigkeit in axialer Richtung, welche von der Differenzdrehzahl, dem Schneckensteigungswinkel und einem Reibungskoeffizienten abhängt. Der Reibungskoeffizient ist als materialabhängige Größe definiert und nur experimentell bestimmbar.

Aufgrund der Einschränkungen der Modelle zur Beschreibung der Transportgeschwindigkeit und der meist nicht messbaren Größe des Reibungskoeffizienten wird hier eine Transporteffizienz zur mathematischen Beschreibung der Güte des Feststofftransports definiert. Im späteren Verlauf der experimentellen Validierung des Modells ausgehend von Versuchen im Pilotmaßstab ist eine Kalibrierung der Transporteffizienz für das jeweilige Material durchzuführen.

Abbildung 7.6 stellt den Einfluss der Transporteffizienz auf den zeitlichen Verlauf des Füllgrads und der mittleren Verweilzeit der Suspension in der Sedimentationszone dar. Die Abweichung von $T = 1$ führt dazu, dass für eine Umdrehung des Schneckenrundkörpers, die Trajektorie des betrachteten Sedimentvolumens vom axialen Transport abweicht und das Material nicht mehr die Länge der Gangbreite zurücklegt. Der Einfluss der Transporteffizienz auf den Füllgrad lässt sich aus dem linken Diagramm in Abbildung 7.6 ableiten.

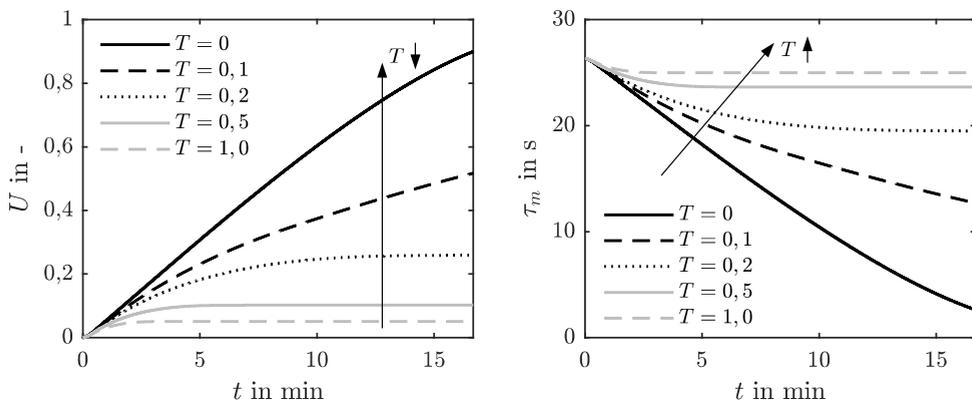


Abbildung 7.6: Zeitlicher Verlauf des volumetrischen Füllgrads (links) und der mittleren Verweilzeit der Suspension in der Sedimentationszone (rechts) für die Abscheidung von PVC für unterschiedliche Werte der Transporteffizienz T .

Für $T = 1$ folgt im stationären Zustand $U = 0,05$ und die mittlere Verweilzeit der Suspension in der Sedimentationszone beträgt $\tau = 25$ s. Im Vergleich dazu ergibt sich eine mittlere Verweilzeit von $\tau = 26$ s im Flüssigkeitsbetrieb. Die Abweichung der Transporteffizienz vom idealen Verhalten führt dazu, dass sich die Transportgeschwindigkeit verringert. Dies geht sogar so weit, dass für $T = 0$ kein Feststofftransport mehr stattfindet und sich die Maschine vollständig mit Sediment füllt. Hier verringert sich das Volumen der Sedimentationszone deutlich und die mittlere Verweilzeit sinkt auf $\tau = 3$ s. An dieser Stelle ist anzumerken, dass die dargelegten Zusammenhänge eine theoretische Studie der trenntechnischen Vorgänge darstellen, jedoch den Einfluss des Feststofftransports auf das Separationsverhalten verdeutlichen. Da eine Validierung des volumetrischen Füllgrads nicht möglich war, wird im weiteren Verlauf eine Kalibrierung ausgehend von Versuchen im Pilotmaßstab durchgeführt.

7.5 Dynamische Simulation einer Dekantierzentrifuge im Pilotmaßstab

Für die Validierung des mathematischen Modells zur dynamischen Simulation des Separationsvorgangs und der mechanischen Entfeuchtung kompressibler Materialien dienen Kalkstein-Wasser Suspensionen unterschiedlicher Partikelgröße und Feststoffkonzentration. Dabei wurde das Sedimentationsverhalten, der Gelpunkt und das Kompressionsverhalten der Suspensionen ausgehend von Labor-Apparaten experimentell untersucht. Hierzu sei auf Kapitel 4 verwiesen. Als Funktion zur Anpassung der Sedimentationsbehinderung

$$h(\phi) = \left(1 - \frac{\phi}{r_1}\right)^{r_2}, \quad (7.25)$$

dient der Ansatz nach Michaels und Bolger [76], welches zwei empirische Größen r_1 und r_2 beinhaltet. Das Kompressionsverhalten

$$\phi = \phi_{gel} \left(1 + \frac{p_s(\phi)}{p_1}\right)^{1/p_2}, \quad (7.26)$$

des Haufwerks im Gleichgewichtszustand wird mittels eines Modells nach Green et al. [33] beschrieben. Hier kennzeichnen p_1 und p_2 empirische Anpassungsparameter. Tabelle 7.1 zeigt den Überblick der abgeleiteten Anpassungsparameter für die untersuchten Kalkstein-Produkte. Zur besseren Vergleichbarkeit wird im weiteren Verlauf immer von der mittleren Partikelgröße und nicht von der Partikelgrößenverteilung gesprochen. Für eine Gegenüberstellung der Partikelgrößenverteilungen sei an dieser Stelle auf Abbildung 3.4 verwiesen. Die abgeleiteten Materialfunktionen sind Eingabeparameter der dynamischen Simulation und werden für jedes Kontrollvolumen und jeden Zeitschritt in Kombination mit den Prozessbedingungen und der Partikelgrößenverteilung am Zulauf berechnet.

Tabelle 7.1: Anpassungsparameter für das Sedimentations- und Kompressionsverhalten.

$x_{50,3} / \mu\text{m}$	$\phi_{gel} / -$	$r_1 / -$	$r_2 / -$	p_1 / Pa	$p_2 / -$
3,4	0,23	0,45	7	0,28	16,4
1,6	0,16	0,40	7	0,17	12,9
0,65	0,07	0,45	7	12,2	6,3

Weiterhin sind für eine prozessnahe Berechnung auch die Geometrieverhältnisse des Apparates erforderlich. Die Kenngrößen der untersuchten Pilot-Dekantierzentrifuge sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

7.5.1 Kalibrierung des dynamischen Modells

Wie in den vorangegangenen Abschnitten bereits diskutiert, hat die Transporteffizienz einen weitreichenden Einfluss auf das Separationsverhalten. Für die dynamische Simulation einer Pilot-Dekantierzentrifuge wird die Transporteffizienz ausgehend von experimentellen Daten für eine Kalkstein-Wasser Suspension mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$ kalibriert und der Einfluss unterschiedlicher Parameter untersucht. Abbildung 7.7 stellt den Einfluss der Drehzahl auf den Feststoffvolumenanteil des Zentrats und des Kuchens im stationären Zustand für einen Volumenstrom von $\dot{V} = 500 \text{ l/h}$, eine Differenzdrehzahl von $\Delta n = 15 \text{ min}^{-1}$ und eine Feststoffkonzentration am Zulauf von $\phi_{in} = 15,2 \text{ Vol.-%}$ unter Variation der Transporteffizienz dar. Das linke Diagramm zeigt für das Experiment der zu erwartende Effekt, dass eine höhere Drehzahl die Feststoffkonzentration am Überlauf verringert. Hier führt die wirkende Zentrifugalkraft zur Abscheidung auch von feinen Partikelfractionen und als Folge reduziert sich die Feststofffracht am Überlauf der Dekantierzentrifuge.

Weiterhin weist die eingestellte Transporteffizienz einen deutlichen Einfluss auf das Separationsverhalten auf. Während für $T = 0,1$ der Verlauf der Feststoffkonzentration mit Erhöhung der Drehzahl nicht abgebildet wird, ist für $T = 0,25, 0,4$ und $1,0$ eine gute Übereinstimmung vorhanden. Die Abweichung für $T = 0,1$ lässt sich auf den hohen volumetrischen Füllgrad in der Maschine zurückführen. Für die Berechnung wird hier von einem ineffizienten Transport ausgegangen und die Erhöhung der Drehzahl führt zu einem deutlichen Anstieg des volumetrischen Füllgrads. Der positive Einfluss der Zentrifugalkraft auf die Abscheidung für $n = 2100 \text{ min}^{-1}$ wird durch den Anstieg des Füllgrads und die Verringerung der Verweilzeit annähernd aufgehoben. Die rechte Seite in Abbildung 7.7 stellt den Einfluss der Transporteffizienz auf die Feststoffkonzentration des Sediments ϕ_k im stationären Zustand sowohl für das Experiment als auch für die Simulation gegenüber.

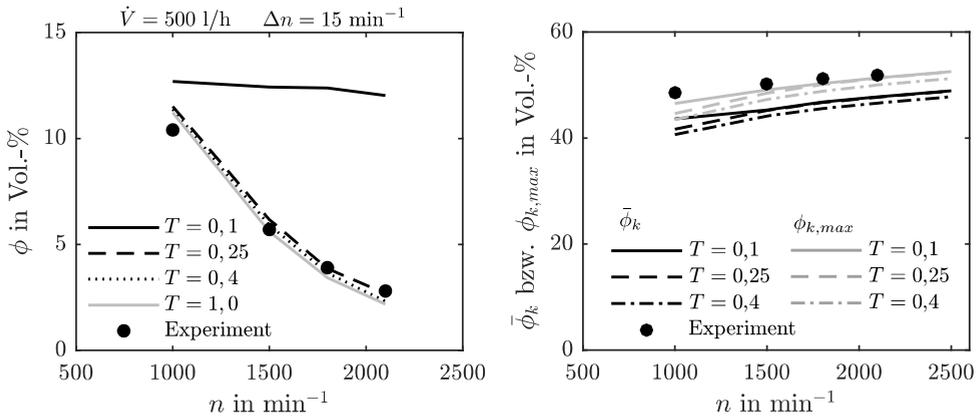


Abbildung 7.7: Feststoffvolumenanteil des Zentrats (links) und des Kuchens (rechts) als Funktion der Drehzahl für $\phi_{in} = 15,2 \text{ Vol.-%}$ unter Variation der Transporteffizienz.

An dieser Stelle sei erwähnt, dass die Feststoffkonzentrationen des Experiments Mittelwerte darstellen und für den ausgeworfenen Kuchen ermittelt wurden. Bei der Analyse der experimentellen Daten ist festzustellen, dass es zu einem moderaten Anstieg der Feststoffkonzentration mit Erhöhung der Drehzahl kommt. In diesem Zusammenhang ergeben sich für $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ und $n = 2100 \text{ min}^{-1}$ Feststoffkonzentrationen von $\bar{\phi}_k = 49 \text{ Vol.-%}$ und $\bar{\phi}_k = 52 \text{ Vol.-%}$. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass das Vierfache der Zentrifugalbeschleunigung wiederum nur zu einem um 6 % dichteren Haufwerk führt.

Nach der Diskussion der experimentellen Daten wird nun auf die Simulationsergebnisse näher eingegangen. Einen Vorteil der dynamischen Simulation stellt die Diskretisierung des Rechengebietes in axialer und radialer Richtung dar. Dadurch liegt die Feststoffkonzentration des Kuchens als verteilte Größe entlang des abgewickelten Schneckenkanals vor. Für die Auswertung der Simulationsergebnisse dient hier einerseits die volumengemittelte Feststoffkonzentration $\bar{\phi}_k$ entlang der radialen Koordinate eines Bilanzraums und andererseits die maximale Feststoffkonzentration $\phi_{k,max}$ an der Trommelinnenwand der Dekantierzentrifuge. Es sei darauf hingewiesen, dass der Einfluss einer Scherverdichtung durch die Schnecke auf das Kompressionsverhalten des Produktes vernachlässigt wird. Geht man außerdem davon aus, dass das Produkt nicht fließfähig ist, kann der konische Teil für die Berechnung des Kompressionsverhaltens ebenfalls vernachlässigt werden. Der maximale Feststoffgerüstdruck tritt somit in der zylindrischen Trommel auf. Durch die getroffenen Annahmen stellen sowohl $\bar{\phi}_k$ als auch $\phi_{k,max}$ die Werte des Unterlaufs am Übergang zwischen zylindrischem und konischem Teil dar. Die Feststoffkonzentration der Simulation wird durch die Variation der Transporteffizienz kaum beeinflusst.

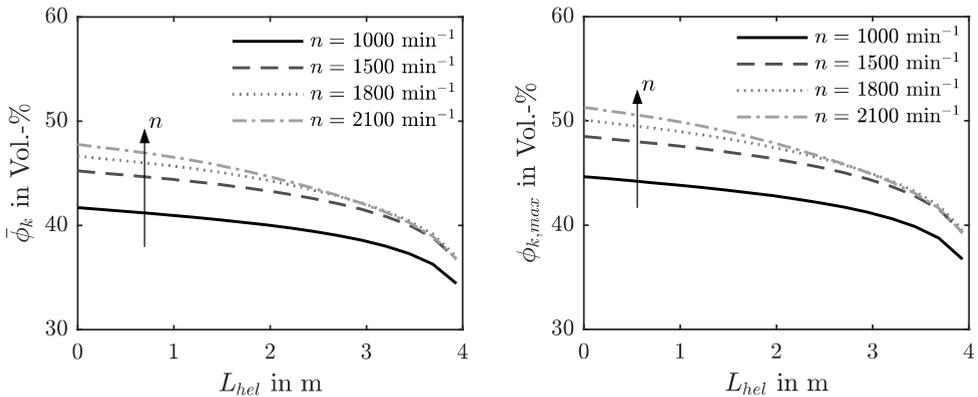


Abbildung 7.8: Verteilung der volumengemittelten Feststoffkonzentration $\bar{\phi}_k$ (links) und der maximalen Feststoffkonzentration $\phi_{k,max}$ (rechts) entlang der Abwicklung des Schneckenkanals unter Variation der Drehzahl.

So hat eine geringe Transporteffizienz den positiven Effekt, dass eine dickere Sedimentschicht in der Zentrifuge vorliegt und dadurch eine bessere Kompression stattfindet. Eine Steigerung der Transporteffizienz führt zu dünnen Kuchenschichten und es liegt ein geringerer Feststoffgerüstdruck im Haufwerk vor. Für die mittlere Feststoffkonzentration ist eine maximale relative Abweichung von $\Delta\phi = 10 \%$ vorhanden. Gründe für die Abweichungen sind auf Annahmen und Vereinfachungen des Modells zurückzuführen. So entspricht eine homogene Verteilung des Haufwerks entlang der Gangbreite einem idealisierten Zustand. Vielmehr kann es zu einem Aufstauen des Sediments auf der Transportseite der Schnecke kommen. Dadurch ergeben sich lokale Unterschiede im Schneckenkanal und die mittlere Kuchenhöhe stellt eine grobe Näherung dar. Weiterhin ist eine Umwälzbewegung während des Sedimenttransports denkbar. Hier wirkt sich die Scherbeanspruchung der Schnecke positiv auf die Kompression des Haufwerks aus. Weiterhin zeigt sich für die maximale Feststoffkonzentration am Boden der Trommel eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass für die weiteren Simulationen mit einer Transporteffizienz von $T = 0,25$ gerechnet wird.

Die linke Seite in Abbildung 7.8 stellt das Ergebnis der numerischen Simulation für die volumengemittelte Feststoffkonzentration $\bar{\phi}_k$ als Funktion der Länge des abgewickelten Schneckenkanals L_{hel} für unterschiedliche Drehzahlen dar. Es ist zu erkennen, dass die Feststoffkonzentration entlang des abgewickelten Schneckenkanals keine konstanten Werte annimmt, sondern mit Abstand vom Zulauf abnimmt. Durch die Kopplung von Feststoffkonzentration und Feststoffgerüstdruck kommt es zu einer Verteilung der Feststoffkonzentration entlang des Schneckenkanals. Bei der Betrachtung des rechten Diagramms in Abbildung 7.8 lässt sich für

die maximale Feststoffkonzentration $\phi_{k,max}$ entlang der Abwicklung des Schneckenkanals das gleiche Verhalten ableiten. Hier wirkt aufgrund der darüber liegenden Sedimentschichten ein höherer Feststoffgerüstdruck am Boden und die Verläufe der Feststoffkonzentration sind nach oben verschoben. Stahl [29] weist auf das gleiche Verhalten im Realbetrieb von Dekantierzentrifugen hin. Hier wurde durch den Ausbau der Schnecke nach Erreichen des stationären Zustands gezeigt, dass eine Verteilung der Feststoffkonzentration entlang des Schneckenkanals vorliegt. Als Grund nennt Stahl [29] die Verweilzeit des Haufwerks und den wirkenden Feststoffgerüstdruck. Der berechnete Sedimentaufbau entlang der Abwicklung des Schneckenkanals stellt aufgrund der getroffenen Annahmen zwar einen idealisierten Zustand dar, ermöglicht aber dennoch eine Analyse der Verteilung des Sediments in der Zentrifuge.

7.5.2 Simulation des Klassiervorgangs

Eine weitere Anwendung von Dekantierzentrifugen stellt die Klassierung von Produkten mit einer Partikelgröße im Bereich von $x = 1 \mu\text{m}$ dar [77]. Durch die kontinuierliche Arbeitsweise einer Dekantierzentrifuge stellt sich während des Betriebs im Vergleich zu halbkontinuierlichen Prozessen ein stationärer Zustand ein. Weiterhin ergibt sich durch die frei wählbare Differenzdrehzahl zwischen Schnecke und Trommel ein breites Anwendungsspektrum für Produkte mit variierender Partikelgröße.

Ein weiterer Vorteil gegenüber anderen Klassierverfahren wie beispielsweise Hydrozyklonen ist durch die hohen Durchsätze von mehreren Kubikmetern pro Stunde gegeben. Abbildung 7.9 stellt die Partikelgrößenverteilung $Q_3(x)$ des Aufgabeguts und des Zentrats für die Simulation und die Experimente unter Variation der Drehzahl dar. Die dargestellten Summenverteilungen sind für den stationären Zustand ausgewertet. Als Prozessbedingungen dienen ein Volumenstrom von $\dot{V} = 500 \text{ l/h}$, eine Differenzdrehzahl von $\Delta n = 15 \text{ min}^{-1}$ und ein Feststoffvolumenanteil am Zulauf von $\phi_{in} = 15,2 \text{ Vol.-%}$. Aus dem Experiment ist zu erkennen, dass eine Erhöhung der Drehzahl zu einer signifikanten Verschiebung der Partikelgrößenverteilung zu kleineren Partikelfractionen führt. Dies entspricht der Erwartung, da die wirkende Zentrifugalkraft ansteigt und sich das Verhältnis von Sedimentations- zur Verweilzeit im Apparat in Richtung geringerer Sedimentationszeiten verschiebt. Dadurch verbleiben Anteile kleinerer Partikelfractionen, die aufgrund des Sedimentationswegs in Richtung des Trommelbodens bei geringen Drehzahlen nicht abgeschieden werden, in der Zentrifuge. So liegen die mittleren Partikelgrößen für $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ und $n = 2100 \text{ min}^{-1}$ bei $x_{50,3} = 2,2 \mu\text{m}$ und $x_{50,3} = 0,9 \mu\text{m}$. Wiederum ist das beschriebene Verhalten auch für die Simulationsergebnisse festzustellen. Die aus der dynamischen Simulation abgeleiteten Kurven für den stationären Zustand zeigen mit dem Anstieg der Drehzahl das gleiche Verhalten.

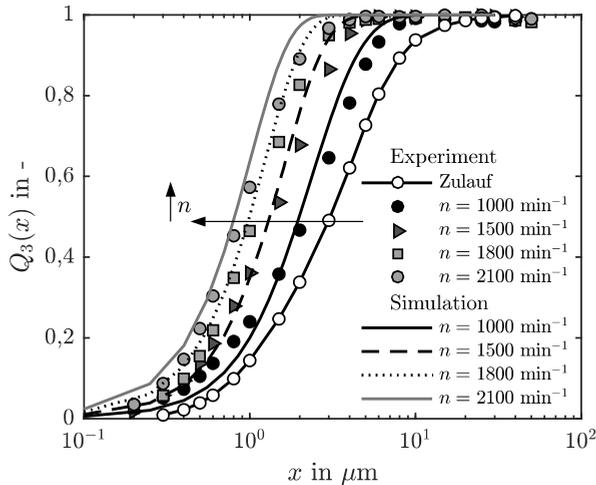


Abbildung 7.9: Partikelgrößenverteilung des Zentrats einer Kalkstein-Wasser Suspension im stationären Zustand für die dynamische Simulation und das Experiment für $\dot{V} = 500$ l/h, $\Delta n = 15$ min^{-1} und $\phi_{in} = 15,2$ Vol.-%

Die maximale relative Abweichung liegt hier bei $\Delta x = 10$ %. Die mittleren Partikelgrößen der Simulation für die zwei betrachteten Drehzahlen von $n = 1000$ min^{-1} und $n = 2100$ min^{-1} liegen bei $x_{50,3} = 2,0$ μm und $x_{50,3} = 0,91$ μm . Zusammengefasst zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Simulationen und Experimenten für alle untersuchten Drehzahlen. Das linke Diagramm in Abbildung 7.10 stellt die Partikelgrößenverteilung des Zentrats für vier Volumenströme $\dot{V} = 100$ l/h, 300 l/h, 500 l/h und 700 l/h gegenüber. Für die Drehzahl und die Differenzdrehzahl wurden $n = 1800$ min^{-1} und $\Delta n = 15$ min^{-1} als Einstellung gewählt und die Feststoffkonzentration des Zulaufs nimmt einen Wert von $\phi_{in} = 15,2$ Vol.-% an.

Die Simulationsergebnisse decken sich mit Beobachtungen aus Experimenten, dass mit zunehmendem Volumenstrom auch gröbere Partikel die Zentrifuge verlassen. Während für einen Volumenstrom von $\dot{V} = 100$ l/h noch 50 % der Partikel mit einer Größe von $x = 0,4$ μm in der Zentrifuge verbleiben, werden für $\dot{V} = 700$ l/h die Partikel mit der gleichen Größe vollständig über das Zentrat ausgetragen. Für den Prozess lässt sich aus den Simulationsergebnissen ableiten, dass das gezielte Einstellen einer gewünschten Partikelgröße durch die Variation des Volumenstroms erreicht werden kann. Die rechte Seite in Abbildung 7.10 zeigt Simulationsergebnisse zum Einfluss der Feststoffkonzentration auf die Partikelgrößenverteilung des Überlaufs für einen konstanten Volumenstrom von $\dot{V} = 500$ l/h und eine Differenzdrehzahl von $\Delta n = 15$ min^{-1} . Es lässt sich aus den Ergebnissen deutlich die Abhängigkeit des Trennergebnisses von der Sedimentationsbehinderung erkennen.

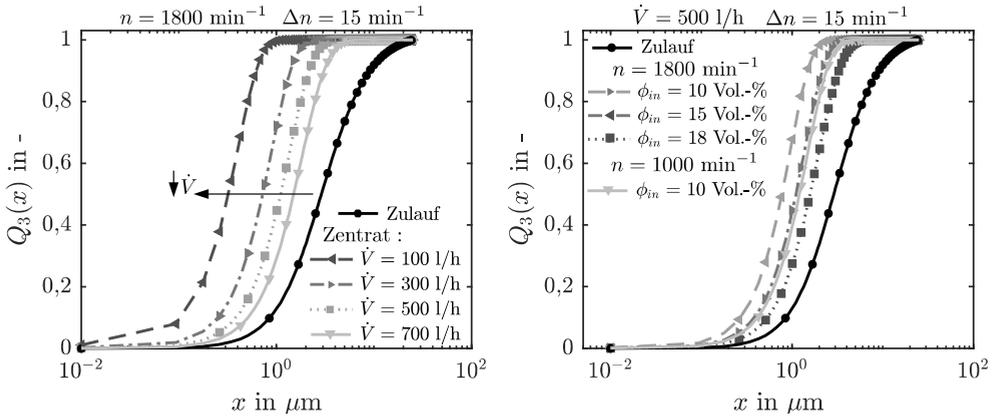


Abbildung 7.10: Partikelgrößenverteilung des Überlaufs unter Variation des Volumenstroms (links) und Variation der Feststoffkonzentration am Zulauf (rechts).

So führt die Verringerung der Feststoffkonzentration zu einer Verschiebung der Partikelgrößenverteilung des Zentrats hin zu kleineren Werten. Dies entspricht experimentellen Beobachtungen für die Klassierung in Dekantierzentrifugen. Für eine Feststoffkonzentration von $\phi_{in} = 10 \text{ Vol.-%}$ und einer Drehzahl von $n = 1800 \text{ min}^{-1}$ entspricht die mittlere Partikelgröße $x_{50,3} = 0,8 \mu\text{m}$. Für eine Feststoffkonzentration von $\phi_{in} = 18 \text{ Vol.-%}$ steigt der Feingutanteil und es kommt zu einer Verschiebung der mittleren Partikelgröße auf $x_{50,3} = 1,6 \mu\text{m}$. Dieses Verhalten beruht auf dem wachsenden Einfluss der hydrodynamischen Wechselwirkungen zwischen der dispersen Phase und der Flüssigkeit während des Trennvorgangs. Die Simulation berücksichtigt dieses trenntechnische Verhalten der Sedimentationsbehinderung als Materialfunktion und löst diese entlang des abgewinkelten Schneckenkanals für jeden Bilanzraum und Zeitschritt. Daraus ergibt sich eine Verteilung der Feststoffkonzentration entlang des Strömungswegs der Zentrifuge, welche durch stationäre Modelle aus der Literatur nicht abgebildet wird.

Ein weiterer Vorteil des entwickelten Modells liefert die zeitabhängige Untersuchung von Parametervariationen. Dies erlaubt die gezielte, rechnergestützte Ermittlung von Einflussgrößen und reduziert so die Anzahl von Versuchen im Pilotmaßstab und damit auch die Versuchszeit. Als Beispiel sei an dieser Stelle die Verringerung der Feststoffkonzentration genannt. Im rechten Diagramm in Abbildung 7.10 führt eine geringe Feststoffkonzentration von $\phi_{in} = 10 \text{ Vol.-%}$ zu einem besseren Trennergebnis. Mit Variation der Drehzahl auf $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ verschiebt sich jedoch die Kurve wieder auf den gleichen Wert wie für $n = 1800 \text{ min}^{-1}$ und $\phi_{in} = 15 \text{ Vol.-%}$ dargestellt.

7.5.3 Simulation der mechanischen Entfeuchtung

Eine weitere wichtige Größe stellt die mechanische Entfeuchtung des Produktes dar. Zur Validierung des mathematischen Modells dienen Versuche an der bereits beschriebenen Pilot-Dekantierzentrifuge für die im Labor untersuchten Kalkstein-Suspensionen mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$, $x_{50,3} = 1,6 \mu\text{m}$ und $x_{50,3} = 0,65 \mu\text{m}$. Für den Überblick über die verwendeten Produkte sei auf Abbildung 3.4 verwiesen. Die linke Seite in Abbildung 7.11 zeigt die Feststoffkonzentration des Unterlaufs für das Produkt mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$, einen Volumenstrom von $\dot{V} = 500 \text{ l/h}$ und eine Differenzdrehzahl von $\Delta n = 15 \text{ min}^{-1}$. Zur Überprüfung des Einflusses der Drehzahl auf das Ergebnis der mechanischen Entfeuchtung wurden zwei Feststoffkonzentrationen von $\phi_{in} = 15,2 \text{ Vol.-%}$ und $\phi_{in} = 18,2 \text{ Vol.-%}$ untersucht. Es lässt sich aus den experimentellen Daten ableiten, dass mit Erhöhung der Drehzahl von $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ auf $n = 2100 \text{ min}^{-1}$ ein leichter Anstieg der Feststoffkonzentration von $\phi_k = 45 \text{ Vol.-%}$ auf $\phi_k = 52 \text{ Vol.-%}$ vorhanden ist. Die Variation der Zulaufkonzentration weist jedoch keinen Einfluss auf die Güte der mechanischen Entfeuchtung auf. Weiterhin ist festzustellen, dass die Simulationsergebnisse den Anstieg der Feststoffkonzentration gut abbilden. Die Verläufe der Simulationen liegen jedoch etwas unterhalb des Experiments. Die maximale relative Abweichung zwischen Simulation und Experiment beträgt $\Delta\phi_k = 10 \text{ %}$. Als möglicher Einfluss kann hier wie bereits beschrieben die Annahme einer gleichförmigen Kuchenhöhe über die Gangbreite genannt werden. Die rechte Seite in Abbildung 7.11 stellt den Einfluss der Differenzdrehzahl auf die mechanische Entfeuchtung für zwei Einstellungen gegenüber.

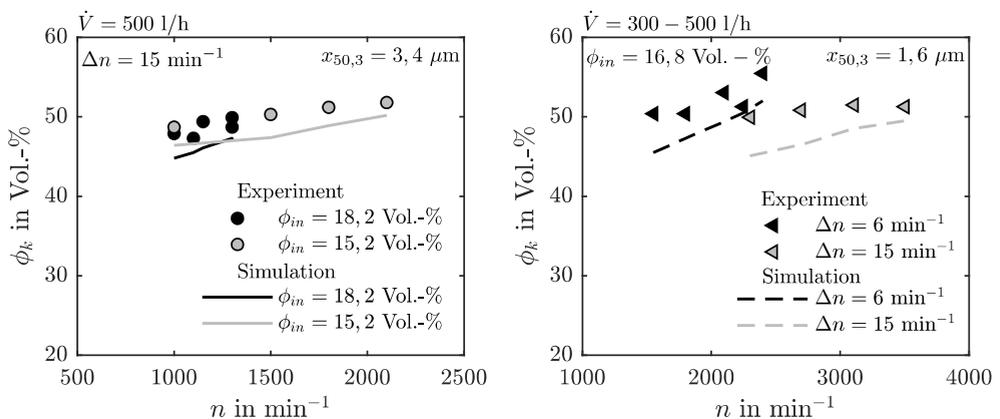


Abbildung 7.11: Vergleich der Feststoffkonzentration des Haufwerks von Simulation und Experiment für Kalkstein mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 3,4 \mu\text{m}$ (links) und $x_{50,3} = 1,6 \mu\text{m}$ (rechts). Es sei darauf hingewiesen, dass für die Feststoffkonzentration der Simulation $\phi_k = \phi_{k,max}$ gilt.

Als Produkt dient der im Labormaßstab untersuchte Kalkstein mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 1,6 \mu\text{m}$. Als Anfangswerte wurde eine Zulaufkonzentration von $\phi_{in} = 16,8 \text{ Vol.-%}$ sowie ein Volumenstrom im Bereich von $\dot{V} = 300 - 500 \text{ l/h}$ gewählt. Aus den experimentellen Daten ist zu erkennen, dass die Feststoffkonzentration des Unterlaufs von der Differenzdrehzahl abhängt. Für $\Delta n = 6 \text{ min}^{-1}$ ergibt sich eine deutlich höhere Feststoffkonzentration von $\phi_k = 55 \text{ Vol.-%}$ für $n = 2400 \text{ min}^{-1}$. Im Vergleich dazu liegt für $\Delta n = 15 \text{ min}^{-1}$ und $n = 2300 \text{ min}^{-1}$ eine Feststoffkonzentration von $\phi_k = 50 \text{ Vol.-%}$ vor. Das beschriebene Verhalten wird im Wesentlichen durch die Verweilzeit des Kuchens in der Dekantierzentrifuge beeinflusst. So ist für eine gute mechanische Entfeuchtung eine lange Aufenthaltsdauer des Kuchens im Apparat wünschenswert. Dadurch steigt die Haufwerkshöhe und damit verbunden der wirkende Feststoffgerüstdruck.

Die Verweilzeit des gebildeten Haufwerks im Apparat limitiert jedoch auch den einstellbaren maximalen Durchsatz. Durch das Ansteigen des volumetrischen Füllgrads kommt es hier zu einer negativen Beeinflussung der Abscheidung. Höhere Differenzdrehzahlen wiederum wirken sich positiv auf die Durchsatzmenge, jedoch negativ auf das Entfeuchtungsergebnis aus. So führt eine Verringerung der Verweilzeit des Kuchens bei konstantem Massenstrom am Zulauf zu einer dünneren Sedimentschicht und damit zu einer Reduktion des wirkenden Feststoffgerüstdrucks. Das Sediment hat für diesen Fall einen deutlich höheren Flüssigkeitsanteil. Da der Feststoffgerüstdruck proportional zum Quadrat der Drehzahl ist, kann diesem Effekt durch die Erhöhung der Zentrifugalbeschleunigung entgegengewirkt werden.

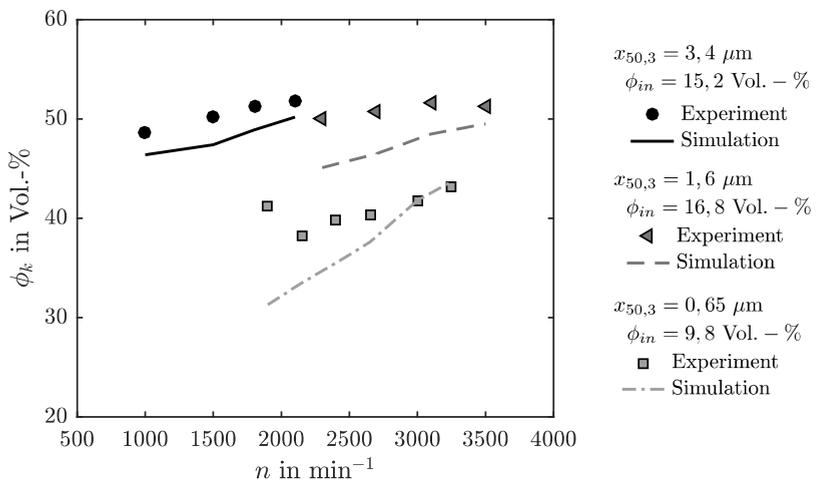


Abbildung 7.12: Vergleich von Simulation und Experiment für drei Kalksteinprodukte unterschiedlicher Partikelgrößenverteilung für einen Volumenstrom im Bereich von $\dot{V} = 300 - 500 \text{ l/h}$ und eine Differenzdrehzahl von $\Delta n = 15 \text{ min}^{-1}$.

Bei der Betrachtung einer konstanten Feststoffkonzentration von $\phi_k = 50$ Vol.-% ist festzustellen, dass sich für $\Delta n = 15 \text{ min}^{-1}$ und $n = 2300 \text{ min}^{-1}$ das annähernd gleiche Ergebnis wie für $\Delta n = 6 \text{ min}^{-1}$ und $n = 1550 \text{ min}^{-1}$ ergibt. Weiterhin zeigt die Gegenüberstellung, dass die berechneten Werte der Simulation etwas unterhalb der des Experiments liegen, sich jedoch die gleichen Steigungen für Simulation und Experiment ergeben. Außerdem erfasst das entwickelte Modell die Verschiebung des Verlaufs der Feststoffkonzentration mit Erhöhung der Differenzdrehzahl. Abbildung 7.12 fasst die Ergebnisse der Simulation und des Experiments für die Feststoffkonzentration am Unterlauf für drei Kalkstein Suspensionen variierender Partikelgrößenverteilung für den stationären Zustand zusammen. Der Zulaufvolumenstrom liegt in einem Bereich von $\dot{V} = 300 - 500 \text{ l/h}$ und als Differenzdrehzahl ist ein konstanter Wert von $\Delta n = 15 \text{ min}^{-1}$ definiert. Die Ergebnisse weisen die zu erwartende Abhängigkeit der Haufwerkskompression auf. So steigt die Kompressibilität des Haufwerks mit der Verringerung der Partikelgröße und für das Produkt mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 0,65 \text{ }\mu\text{m}$ nimmt die Porosität der gebildeten Haufwerke den größten Wert an. Dies deckt sich mit den experimentellen Beobachtungen aus Kapitel 4 zur Analyse des Kompressionsverhaltens in einer Becherzentrifuge.

Hier erreicht das Produkt mit der geringsten Partikelgröße ebenfalls für einen konstanten Feststoffgerüstdruck die kleinsten Feststoffkonzentrationen. Vergleicht man die einzelnen Produkte für eine konstante Drehzahl von $n = 2000 \text{ min}^{-1}$, liegt die Feststoffkonzentration des Kuchens für $x_{50,3} = 0,65 \text{ }\mu\text{m}$ bei $\phi_k = 40$ Vol.-% und für die beiden groben Produkte deutlich höher bei etwa $\phi_k = 50$ Vol.-%. Daraus lässt sich ableiten, dass die beiden groben Produkte eine um 25 % höhere Feststoffkonzentration und damit einen deutlich geringeren Flüssigkeitsgehalt aufweisen. Weiterhin zeigen die Simulationsergebnisse das bereits beschriebene Verhalten. Das mathematische Modell sagt für alle Produkte eine zu geringe Feststoffkonzentration des Sediments voraus. Beim Vergleich der Steigungen fällt auf, dass für $x_{50,3} = 1,6 \text{ }\mu\text{m}$ und $x_{50,3} = 3,4 \text{ }\mu\text{m}$ in etwa der gleiche Anstieg der Feststoffkonzentration für die Simulation und das Experiment vorhanden ist. Für das submikrone Produkt mit einer mittleren Partikelgröße von $x_{50,3} = 0,65 \text{ }\mu\text{m}$ ergibt sich aus den Simulationsergebnis ein steilerer Anstieg der Feststoffkonzentration im Vergleich zum Experiment. Zusammengefasst zeigt sich für Abbildung 7.12 eine gute Übereinstimmung für die drei untersuchten Produkte.

7.6 Schlussfolgerungen

Aus den Ergebnissen der dynamischen Simulationen lassen sich unterschiedliche Schlussfolgerungen ziehen. So hat eine mathematische Modellierung dynamischer Vorgänge im Vergleich zu stationären Modellen den Vorteil, dass die trenntechnischen Eigenschaften im Apparat zeit-

und ortsaufgelöst vorliegen. Dadurch können die makroskopischen Größen des Füll-, Trenn- und Abscheidegrads als Funktion der Zeit berechnet werden. Weiterhin ist der Sedimenttransport in Dekantierzentrifugen ein sehr komplexer Vorgang, der vom Materialverhalten des gebildeten flüssigkeitsgesättigten Haufwerks abhängt. Aus diesem Grund stellt die Definition einer Transporteffizienz nur eine grobe Näherung dar. Aus der Literatur sind jedoch keine Ansätze bekannt, die das Transportverhalten feindisperser Produkte allgemeingültig beschreiben. Hier führt die eingeschränkte Zugänglichkeit des Sediments in Dekantierzentrifugen dazu, dass eine experimentelle Validierung nicht ohne erheblichen Aufwand realisierbar ist. Aus diesem Grund wurde das Modell zur Simulation von Dekantierzentrifugen ausgehend von Versuchen im Pilotmaßstab kalibriert und mögliche Abhängigkeiten aufgezeigt. Weiterhin ist anzumerken, dass bei der Klassierung eines Produktes im Vergleich zur Klärung der Suspension die Partikelgrößenverteilung des Kuchens nicht der des Ausgangsproduktes entspricht. Für den Klassiervorgang verschiebt sich die Partikelgrößenverteilung zu größeren Partikelfractionen, was wiederum ein besseres Kompressionsverhalten hervorrufen kann. Dies würde auf die meist geringere Feststoffkonzentration des Kuchens bei der Berechnung der mechanischen Entfeuchtung im Vergleich zum Experiment schließen.

Hier ist es für zukünftige Arbeiten denkbar, das Kompressionsverhalten in Abhängigkeit der Partikelgrößenverteilung zu messen und dadurch die Berechnung der mechanischen Entfeuchtung zu verbessern. Des Weiteren liegen für die dynamische Simulation in Echtzeit auch Einschränkungen in Detailgrad der Modelle vor. So eignen sich hier keine Ansätze, die auf der numerischen Strömungssimulation basieren. Vielmehr können die Ergebnisse aufgelöster Simulationen dazu dienen, eine Modellreduktion der Ergebnisse durchzuführen um anschließend die vereinfachten Modelle für die dynamische Simulation anzuwenden.

8 Übertragung des Bilanzraum-Ansatzes auf Röhrenzentrifugen¹

Nicht jeder Apparat eignet sich für die effiziente Separation von dispersen Systemen aus Flüssigkeiten. Vielmehr wird das Separationsverhalten des jeweiligen Stoffsystems experimentell analysiert und anschließend der geeignete Apparat ausgewählt. Die vielfältigen Materialeigenschaften der dispersen Phase haben dazu geführt, dass Vollmantelzentrifugen in den unterschiedlichsten Bauformen vorliegen. Hier zählen Röhrenzentrifugen zur Klasse der halbkontinuierlich arbeitenden Apparate. Die Hauptkomponente ist ein schlanker, zylindrischer Rotor. Durch die kompakte Bauweise erreicht die Maschine hohe Beschleunigungswerte und eignet sich für die Abscheidung von Nanopartikeln oder die Auftrennung von Fermentationsprodukten [78, 79]. Zur Bewertung der breiten Anwendbarkeit des numerischen Algorithmus befasst sich dieses Kapitel mit der Übertragung des Bilanzraum-Ansatzes von Dekantierzentrifugen auf Röhrenzentrifugen. Im Vergleich zu Dekantern stellt sich in Röhrenzentrifugen kein stationärer Zustand ein. Vielmehr läuft die Separation in den meisten Fällen solange ab, bis der akkumulierte Feststoff das komplette Volumen des Apparates einnimmt. Als Folge ändern sich während des Trennvorgangs die Strömungsbedingungen und es tritt eine zeitliche Änderung des Sedimentationsverhaltens sowie des Sedimentaufbaus auf. In diesem Kapitel werden die grundlegenden mathematischen Zusammenhänge der dynamischen Modellierung von Röhrenzentrifugen dargelegt und anschließend eine Validierung durchgeführt.

8.1 Bilanzraum-Ansatz zur Berechnung von Röhrenzentrifugen

Die Hauptkomponenten einer Röhrenzentrifuge sind ein zylindrischer Rotor und der axial angeordnete Zu- und Ablauf. Aufgrund der kompakten und einfachen Bauweise erreicht der Apparat hohe Drehzahlen, was Beschleunigungswerten für technische Anwendungen von bis

¹ Inhalte dieses Kapitels wurden in nachfolgender Referenz veröffentlicht und mit Erlaubnis der Zeitschrift *Filtrieren und Separieren* für diese Dissertation angepasst:

M. Gleiß und H. Nirschl (2018) Dynamische Prozesssimulation: Ein Vorhersagewerkzeug der mechanischen Flüssigkeitsabtrennung in Vollmantel- und Dekantierzentrifugen. *Welthandbuch der Filtrations- und Separationsindustrie 2018-2020*.

zu $Z = 60000 \text{ g}$ entspricht. Konrath et al. [80] entwickelten ein neuartiges Lagerungskonzept für Röhrenzentrifugen, welches auf Magnetlagern basiert und erreichen so Beschleunigungen von bis zu $Z = 100000 \text{ g}$. Abbildung 8.1 zeigt schematisch den Verfahrensraum der betrachteten Röhrenzentrifuge, den Bilanzraum-Ansatz für Röhrenzentrifugen und die Bilanzierung eines Kontrollvolumens. Da sich das trenntechnische Verhalten von Suspension und Sediment am Übergang deutlich unterscheidet, wird die Röhrenzentrifuge in zwei Gebiete unterteilt: die Sedimentations- und Sedimentzone. Für beide Bereiche liegen unterschiedliche Gleichungssysteme zu Grunde, welche im nachfolgenden Abschnitt ausführlich diskutiert werden. Die Sedimentationszone beschreibt den Bereich im Apparat, in dem die Sedimentation der dispersen Phase stattfindet. Der Sedimentzone liegt die Bildung des Haufwerks zugrunde. Am Übergang gilt für den Feststoffvolumenanteil $\phi = \phi_{gel}$. Die Grundlage der mathematischen Modellierung bildet die Bilanzierung einer endlichen Anzahl an Bilanzräumen. Der Zu- und Ablauf der Röhrenzentrifuge ist hierbei nicht berücksichtigt. Dadurch reduziert sich das Rechengebiet auf einen Hohlzylinder mit der Länge L_{zyl} . In radialer Richtung wird das Gebiet durch die radialen Positionen des Wehrs und der Innenwand des Rotors begrenzt. Für die Berechnung wird das Gebiet in axialer und radialer Richtung diskretisiert. Änderungen in Umfangsrichtung werden während der Berechnung vernachlässigt. Nach der Diskretisierung des Gebiets in axialer Richtung liegt das Gebiet als Hohlzylinder mit der Länge Δl vor. Wie bereits für Dekantierzentrifugen beschrieben, berechnet der numerische Algorithmus das Sedimentationsverhalten und die Akkumulation von Feststoff in der Zentrifuge über die Prozessdauer.

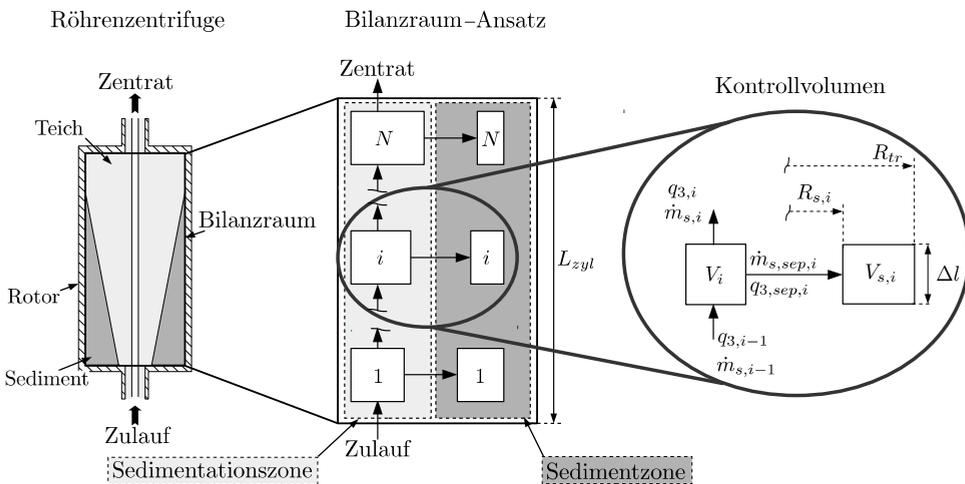


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung der Röhrenzentrifuge, des Bilanzraum-Ansatzes sowie der Bilanzierung eines Kontrollvolumens.

8.2 Mathematische Modellierung

In diesem Abschnitt wird auf die Modifikationen des Bilanzraum-Ansatzes für Röhrenzentrifugen näher eingegangen. Dabei gelten die gleichen Annahmen wie in Abschnitt 7.3 bereits dargelegt. Im Vergleich zu Dekantierzentrifugen sind Unterschiede bei der Formulierung des Trenngrads und der Geometrie der Röhrenzentrifuge vorhanden.

8.2.1 Sedimentationszone

Die Berechnung des Separationsverhaltens der dispersen Phase wird in der Sedimentationszone durchgeführt. Hierzu dient eine Komponentenbilanz

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \frac{\dot{V}_{i-1}}{V_i(t)} \phi_{i-1} \left(1 - E_i(t) - \frac{\phi_i}{\phi_{i-1}} \right). \quad (8.1)$$

der Feststoffphase, welche den zeitlichen Verlauf der Sedimentation analog zu den mathematischen Zusammenhängen aus Kapitel 7 abbildet. Der Abscheidegrad

$$E_i(t) = \int_{x_{min}}^{x_{max}} q_{3,i-1}(x) T_i(x,t) dx, \quad (8.2)$$

ist hier als zeitabhängige Größe definiert und berechnet sich aus der Integration von Dichteverteilung am Eingang des Bilanzraums $q_{3,i-1}(x)$ und dem Trenngrad $T_i(x,t)$ über den gesamten Partikelgrößenbereich. Da im Rechengbiet Feststoff akkumuliert, ändert sich der freie Strömungsquerschnitt über die Berechnungsdauer. Infolgedessen sind der Abscheide- und der Trenngrad zeitabhängige Größen. Für die Herleitung des Trenngrads muss berücksichtigt werden, dass die Suspension axial in Richtung Überlauf strömt und währenddessen in radialer Richtung sedimentiert. Dadurch entspricht der freie Strömungsquerschnitt einer Kreisringfläche. Beiser [8] leitet für eine zylindrische Vollmantelzentrifuge den Trenngrad

$$T_i(x) = \frac{A_{s,i}}{A_{ges}}, \quad (8.3)$$

aus der Annahme einer homogenen Durchmischung der Partikel und konstanter Länge des Bilanzraums her. Hier ist $A_{s,i} = \pi(R_{s,i}(t)^2 - R_{krit}^2)$ der Flächeninhalt eines Kreisrings in der sich die Partikeln der jeweiligen Fraktion aufhalten, um gerade noch abgeschieden zu werden und $A_{ges} = \pi(R_{s,i}(t)^2 - R_w^2)$ ist der Flächeninhalt des Flüssigkeitsteichs. Die radiale Position $R_{s,i}(t)$ der Sedimentoberfläche ist ebenfalls eine zeitabhängige Größe. Als Startwert der Simulation dient $R_{s,i}(t) = R_{rr}$. Im weiteren Verlauf der Berechnung akkumuliert Feststoff an der Innenwand des Rotors und es kommt zu einer zeitlichen Änderung der radialen Position

der Sedimentoberfläche. Durch Einsetzen der beschriebenen Flächen in Gleichung 8.3 ergibt sich der Trenngrad zu:

$$T_i(x) = \frac{R_{s,i}(t)^2 - R_{krit}^2}{R_{s,i}(t)^2 - R_w^2}. \quad (8.4)$$

Hierbei kennzeichnet R_{krit} die kritische radiale Position, von der ein Partikel sedimentiert, um in der zur Verfügung stehenden Verweilzeit gerade noch abgeschieden zu werden und R_w der Radius des Wehrs. Die kritische radiale Position wird im weiteren Verlauf mit dem Sedimentationsverhalten der Partikel gekoppelt. Dafür sind Gleichung 2.5 sowie 2.13 gleichzusetzen und nach der kritischen radialen Position umzuformen. Die hydrodynamischen Wechselwirkungen sind in Gleichung 2.5 nicht erfasst. Der Trenngrad

$$T_i(x,t) = \frac{R_{s,i}^2(t)}{R_{s,i}^2(t) - R_w^2} \left[1 - \left(\exp \left\{ -\frac{\Delta \rho x^2 \omega^2 h(\phi,t) \pi (R_{s,i}(t)^2 - R_w^2) \Delta l}{18 \eta_l \dot{V}_{i-1}} \right\} \right)^2 \right], \quad (8.5)$$

wird mithilfe der Sedimentationsbehinderung $h(\phi,t)$ auf konzentrierte Suspensionen erweitert und so der Einfluss der hydrodynamischen Wechselwirkungen eingebunden. An dieser Stelle ist Δl die diskretisierte Länge des Hohlzylinders und berechnet sich aus dem Verhältnis der Gesamtlänge L_{zyl} des Rotors zur Anzahl N der definierten Bilanzräume. Im numerischen Algorithmus geht der Radius der Sedimentoberfläche $R_{s,i}(t)$ aus den Berechnungen der Sedimentzone für den jeweiligen Zeitschritt hervor. Mittels Einsetzen von Gleichung 8.2 in 8.1 und der Berücksichtigung des Trenngrads aus Gleichung 8.5 folgt die Komponentenbilanz, welche die zeitlichen Änderung der Feststoffkonzentration im Bilanzraum beschreibt:

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \frac{\dot{V}_{i-1}}{V_i(t)} \phi_{i-1} \left[1 - \int_{x_{min}}^{x_{max}} q_{3,i-1}(x) T_i(x,t) dx - \frac{\phi_i}{\phi_{i-1}} \right]. \quad (8.6)$$

Im nächsten Schritt sind die Mengenanteile jeder Partikelgrößenklasse an den zwei Ausgängen des Bilanzraums zu definieren. Da keine Bruch- oder Agglomerationsvorgänge stattfinden, wird in der aufgestellten Mengenbilanz der Partikelgrößenklasse in Gleichung 7.1 analog zu Kapitel 7 der Akkumulationsterm vernachlässigt. Die ausströmenden

$$q_{3,i}(x,t) = q_{3,i-1}(x,t) \frac{1 - T_i(x,t)}{1 - E_i(t)}, \quad (8.7)$$

und abgeschiedenen Mengenanteile jeder Partikelgrößenklasse

$$q_{3,sep,i}(x,t) = q_{3,i-1}(x,t) \frac{T_i(x,t)}{E_i(t)}, \quad (8.8)$$

lassen sich aus der einströmenden Dichteverteilung sowie dem Trenn- und Abscheidegrad berechnen. Für die Berechnung der Verweilzeitverteilung in der Röhrenzentrifuge ist weiterhin das Volumen

$$V_i(t) = \Delta l \cdot \pi [R_{s,i}(t)^2 - R_w^2], \quad (8.9)$$

eines Bilanzraums in der Sedimentationszone erforderlich. Dieses leitet sich aus den geometrischen Abmessungen eines Hohlzylinders mit der Länge Δl her. Die Korrektur des Volumens der Sedimentationszone wird ausgehend von Gleichung 8.9 am Ende des jeweiligen Zeitschritts durchgeführt. Der nachfolgende Abschnitt zeigt die mathematische Modellierung des Sedimentaufbaus in der Sedimentzone der Röhrenzentrifuge.

8.2.2 Sedimentzone

Die Sedimentzone fasst die Bildung und Kompression des flüssigkeitsgesättigten Haufwerks zusammen. Die nachfolgend gezeigten Zusammenhänge basieren auf dem numerischen Algorithmus der Haufwerksbildung aus Abschnitt 4.4.2. Als Grundlage dient eine Komponentenbilanz für die Feststoffphase

$$\frac{dm_{s,i}}{dt} = \dot{m}_{s,sep,i}, \quad (8.10)$$

um das gebildete Sedimentelement. An dieser Stelle sei erwähnt, dass Gleichung 8.10 für jeden Bilanzraum der Sedimentzone gelöst wird. Hier ist $\frac{dm_{s,i}}{dt}$ der Akkumulationsterm und $\dot{m}_{s,sep,i}$ der Massenstrom der abgeschiedenen Partikel. Zur direkten Berechnung des Sedimentvolumens in der Maschine wird Gleichung 8.10 zu einer Volumenbilanz

$$\frac{d(V_{s,i})}{dt} = \dot{V}_{s,sep,i}. \quad (8.11)$$

der Feststoffphase umgeformt. Der Volumenstrom des in die Sedimentzone eintretenden Feststoffs ergibt sich aus der Definition des Abscheidegrads über die Massenanteile zu:

$$\dot{V}_{s,sep,i} = \phi_{i-1} \dot{V}_{i-1} E_i(t). \quad (8.12)$$

Für die Herleitung sei an dieser Stelle auf Löffler [53] verwiesen. Hier ist ϕ_{i-1} der Feststoffvolumenanteil der in die Sedimentationszone eintritt, ϕ_{gel} der Gelpunkt und \dot{V}_{i-1} der in die Sedimentationszone eintretende Volumenstrom. Im Vergleich zur Geometrie der Dekantierzentrifuge ergeben sich für Röhrenzentrifugen andere geometrische Abmessungen. Die Sedimentoberfläche

$$R_{s,i}(t) = \left(R_{rr}^2 - \frac{V_{sed,i}(t)}{\pi \cdot \Delta l} \right)^{0.5}, \quad (8.13)$$

im Kontrollvolumen ergibt sich aus dem Sedimentvolumen $V_{sed,i}(t)$ unter Annahme eines Hohlzylinders mit der Länge Δl .

8.2.3 Kopplung von Sedimentations- und Sedimentzone

Die in den vorangegangenen Abschnitten dargelegten Gleichungen sind nicht analytisch lösbar. Vielmehr entsteht ein Gleichungssystem bestehend aus partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung, welche mittels numerischer Methoden gelöst werden. In dieser Arbeit kommt ein implizites Runge-Kutta-Verfahren zum Einsatz. Zusätzlich erfordert die Verknüpfung von Sedimentations- und Sedimentzone das Setzen von Randbedingungen, um numerische Instabilitäten und Abweichungen in der Lösung zu verhindern.

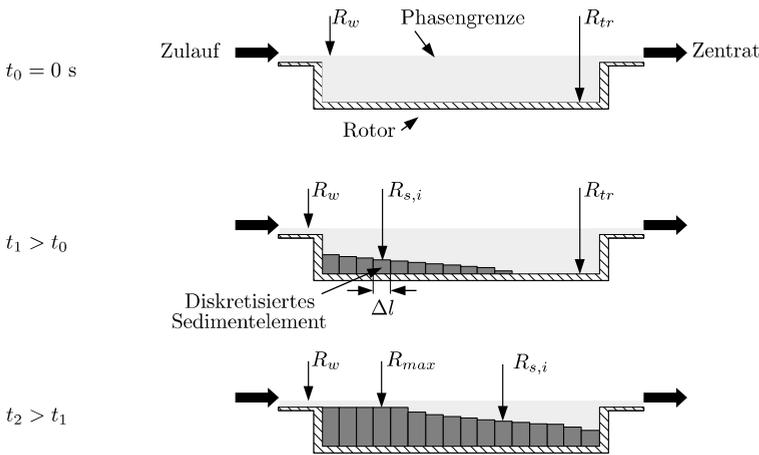


Abbildung 8.2: Schematische Darstellung des Verlaufs des Sedimentaufbaus und der eintretenden kritischen Zustände während der dynamischen Simulation.

Abbildung 8.2 zeigt schematisch den zeitlichen Verlauf des Sedimentaufbaus in der Röhrenzentrifuge ausgehend von drei Zeitschritten. Zum Startzeitpunkt ist der Apparat vollständig mit Flüssigkeit gefüllt. Im weiteren Verlauf des Separationsvorgangs akkumuliert der Feststoff an der Innenwand des Rotors und es bildet sich eine Sedimentschicht aus. Als Folge reduziert sich der freie Strömungsquerschnitt der Sedimentationszone und eine Korrektur des Volumens V_i des Bilanzraums ist notwendig. Dadurch sinkt die Verweilzeit der Partikel im Apparat und für konstante Prozessbedingungen kommt es zu einer Verschiebung der Partikelgrößenverteilung des Zentrats hin zu groben Partikelfraktionen. Hat das gebildete Sediment den maximalen Radius R_{max} erreicht, wird angenommen, dass die Verweilzeit so gering ist, dass in diesem Bereich kein weiterer Feststoff sedimentiert. Erreicht der Radius der Sedimentoberfläche $R_{s,i}(t) \leq R_{max}$ folgt für den Trenngrad $T_i(x, t) = 0$. Der maximale Radius

$$R_{max} = \left[(1 - U_{max}) \cdot (R_{tr}^2 - R_w^2) + R_w^2 \right]^{0.5}, \quad (8.14)$$

der Sedimentoberfläche berechnet sich aus einem vorgegebenen maximalen Füllgrad U_{max} . Vor dem Start der Simulation sind zusätzlich Anfangswerte und Randbedingungen zu setzen. Diese sind unterteilt in die Materialeigenschaften der Suspension, die Prozessbedingungen und Geometrieverhältnisse der Röhrenzentrifuge. Zusätzlich wird die Anzahl der Bilanzräume, die Anzahl der Partikelgrößenklassen und zur Berechnung des Kompressionsverhaltens die Schichtanzahl in radialer Richtung vorgegeben.

8.3 Geometrie und Modellprodukt

Als Modellprozess zur Validierung des dynamischen Modells dient die Klassierung der hydrophilen, pyrogenen Kieselsäure Aerosil 200 in einer Röhrenzentrifugen vom Typ GLE. Die Kieselsäure liegt für den betrachteten Fall in wässriger Umgebung vor.

Tabelle 8.1: Kenngrößen der untersuchten Röhrenzentrifuge vom Typ GLE.

Geometrieparameter	Einheit	Wert
Länge des Rotors	m	0,180
Radius des Rotors	m	0,0215
Wehrhöhe	m	0,0152
Diskretisierung	Einheit	Wert
Anzahl der Bilanzräume	-	50
Anzahl der Haufwerksschichten	-	100
Anzahl der Partikelgrößenklassen	-	100

Die Kenngrößen der Zentrifuge sind in Tabelle 8.1 dargestellt. Die Röhrenzentrifuge verfügt über einen Riemenantrieb und erreicht eine maximale Drehzahl von $n = 40000 \text{ min}^{-1}$. Dies entspricht einer auf die Innensteite des Rotors bezogenen Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 38500 g$. Der Einfluss des Volumenstroms wird zwischen $\dot{V} = 0,1 \text{ l/min}$ und $\dot{V} = 1 \text{ l/min}$ untersucht. Am Zulauf liegt ein Feststoffvolumenanteil von $\phi_{in} = 0,5 \text{ Vol.-%}$ vor und die eintretende Sedimentationsbehinderung wird mittels des Ansatzes von Michaels und Bolger [76] modelliert. Für den Gelpunkt und das Kompressionsverhalten des gebildeten Haufwerks wird auf Literaturdaten von Spelter [58] zurückgegriffen. Hier ist der Gelpunkt mit einem Wert von $\phi_{gel} = 6 \text{ Vol.-%}$ angegeben. Abbildung 8.3 zeigt die Partikelgrößenverteilungen des Zulaufs nach Konrath [54] und Spelter [58]. Die mittlere Partikelgröße beträgt $x_{50,3} = 76 \text{ nm}$ und $x_{50,3} = 106 \text{ nm}$. Der Unterschied der Verteilungen ist auf den Ablauf der Disperierung zurückzuführen.

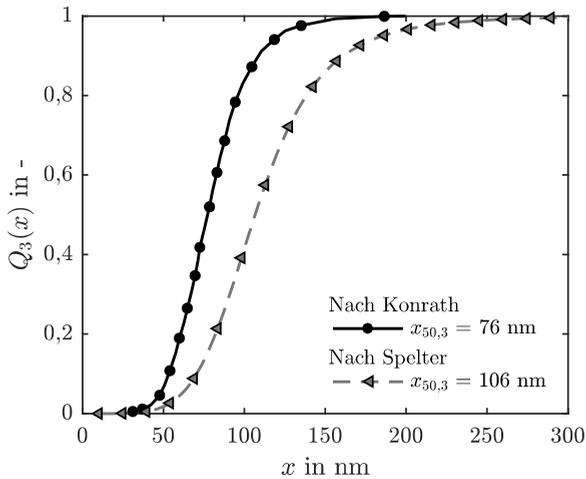


Abbildung 8.3: Partikelgrößenverteilungen am Zulauf für die Simulation des Separationsvorgangs von Aerosil 200 ausgehend der experimentellen Daten von Konrath [54] und Spelter [58].

Intensität, Dauer und Oberflächeneigenschaften haben hier einen erheblichen Einfluss auf die Partikelgröße des nanoskaligen Partikelsystems. Da es sich bei der Partikelgrößenverteilung um eine Materialfunktion handelt, die als Eingabegröße der Simulation dient, soll nachfolgend nicht auf die Versuchsdurchführung zur Stabilisierung der Suspensionen eingegangen werden. Vielmehr sei an dieser Stelle für weiterführende Informationen auf die Dissertationen von Konrath [54] und Spelter [58] verwiesen.

8.4 Dynamische Simulation der Abscheidung in Röhrenzentrifugen²

Der zeitliche Verlauf der Partikelgrößenverteilung und der Feststoffkonzentration am Überlauf einer Röhrenzentrifuge stellen wichtige Parameter für die Beurteilung der Trenneffizienz dar. Infolge der halb-kontinuierlichen Arbeitsweise des Apparates stellen sich während der Zentrifugation keine stationären Zustände ein. Dadurch liefert eine Abschätzung der Trenneffizienz mittels stationärer Modelle kein zufriedenstellendes Ergebnis [82]. Die linke Seite in Abbildung 8.4 zeigt den Vergleich von Experimenten und Simulationsergebnissen für den zeitlichen Verlauf des Produktverlustes für drei Volumenströme $\dot{V} = 0,1$ l/min, 0,5 l/min

² Die zur Validierung genutzten Daten stammen aus der Dissertation von Spelter [58] und der Publikation von Konrath et al. [81]. Für eine detaillierte Darstellung der Produkte und der experimentellen Durchführung der Versuche sei an dieser Stelle auf beide Arbeiten verwiesen.

und 1,0 l/min bei $Z = 38500\text{ g}$ und $\phi_{in} = 0,5\text{ Vol.-%}$. Dabei ist für den zeitlichen Verlauf des Produktverlustes deutlich ein Einfluss des Volumenstroms zu erkennen. Während für $\dot{V} = 0,1\text{ l/min}$ der Produktverlust $P = 1$ nach einer Zeit von $t = 65\text{ min}$ erreicht, ergibt sich eine vollständig gefüllte Maschine für $\dot{V} = 1,0\text{ l/min}$ bereits nach $t = 20\text{ min}$.

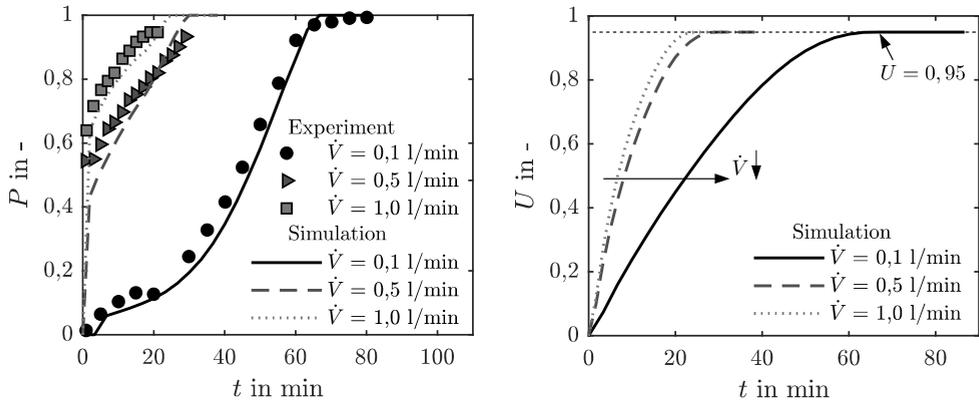


Abbildung 8.4: Zeitlicher Verlauf des Produktverlustes (links) und des volumetrischen Füllgrads (rechts) unter Variation des Volumenstroms für $Z = 38500\text{ g}$ und $\phi_{in} = 0,5\text{ Vol.-%}$. Bei den Experimenten handelt es sich um Daten aus der Dissertation von Spelter [58].

Weiterhin ist beim Vergleich der einzelnen Volumenströme sowohl für das Experiment als auch für die Simulation ein abweichendes Verhalten für den Produktverlust festzustellen. Für $\dot{V} = 0,1\text{ l/min}$ weist der Produktverlust anfänglich eine geringe Steigung auf und wächst im weiteren Verlauf nicht-linear mit der Zeit an. Für $\dot{V} = 0,5\text{ l/min}$ und $\dot{V} = 1,0\text{ l/min}$ ergibt sich ein anderer Verlauf. Nach erfolgter Detektion von Feststoff am Überlauf der Röhrenzentrifuge stellt sich ein annähernd lineares Verhalten zwischen Produktverlust und Zeit ein. Außerdem ist eine gute Übereinstimmung von Simulation und Experiment für alle drei untersuchten Volumenströme vorhanden.

Im rechten Diagramm in Abbildung 8.4 ist der zeitliche Verlauf des volumetrischen Füllgrads zu den drei untersuchten Volumenströmen dargestellt. Der Füllgrad berechnet sich mittels Gleichung 2.49. Wie für den Produktverlust zeigt sich auch für den Füllgrad eine zeitliche Abhängigkeit. Als Grund kann hier die zugeführte Feststoffmasse genannt werden. Im gleichen Zeitintervall wird für $\dot{V} = 1,0\text{ l/min}$ im Vergleich zu $\dot{V} = 0,1\text{ l/min}$ deutlich mehr Feststoff in den Apparat transportiert. Infolge des hohen Produktverlustes bei $\dot{V} = 1,0\text{ l/min}$ ist der volumetrische Füllgrad für den Zeitpunkt $t = 20\text{ min}$ nur um Faktor zwei größer als für $\dot{V} = 0,1\text{ l/min}$. Vergleicht man wiederum $\dot{V} = 0,5\text{ l/min}$ und $\dot{V} = 1,0\text{ l/min}$ fallen die Unterschiede aufgrund der zu Beginn hohen Produktverluste deutlich geringer aus. Abbildung 8.5

fasst den Einfluss der trenntechnischen Materialfunktion für das Kompressionsverhalten des Haufwerks auf den zeitlichen Verlauf des Produktverlustes und des Füllgrads zusammen. Zur Überprüfung des Einflusses des Kompressionsverhaltens werden drei Varianten A, B und C unterschieden. Für die in Variante A dargestellten Anpassungsgrößen wurden experimentelle Daten aus der Dissertation von Spelter [58] extrahiert und eine nicht-lineare Anpassung durchgeführt. Die Parameter p_1 und p_2 aus Variante B und C entsprechen den Originaldaten von Spelter [58]. Zur Überprüfung des Einflusses des Übergangs zwischen Suspension und Sediment wird für Variante C der Gelpunkt auf $\phi_{gel} = 7$ Vol.-% erhöht, jedoch p_1 und p_2 konstant gehalten.

Zur Validierung dienen experimentelle Daten für den zeitlichen Verlauf von Konrath et al. [81] für die Abtrennung von Aerosil 200. Als Eingabefunktion für die Partikelgrößenverteilung des Zulaufs dient die in Abbildung 8.3 dargestellte Partikelgrößenverteilung. Für den Produktverlust am Überlauf der Zentrifuge zeigt sich ein linearer Anstieg mit der Zeit. Hier reduziert der akkumulierte Feststoff den freien Strömungsquerschnitt und der volumetrische Füllgrad steigt an. Für die Simulation lassen sich zwei Bereiche unterscheiden. Während des Anfahrvorgangs ergibt sich keine Änderung des Produktverlustes über die Zeit. Der Feststoff ist noch nicht Richtung Überlauf geströmt und es gilt $P = 0$. Nach einer Zeit von $t = 2$ min hat die Suspension den Überlauf erreicht und es strömt Feststoff aus dem Apparat. Im weiteren Verlauf kommt es zu einem schlagartigen Anstieg des Produktverlustes und der Feststoff wird aus der Maschine ausgetragen. Die Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse mit den Experimenten ist im linken Diagramm der Abbildung 8.5 dargestellt.

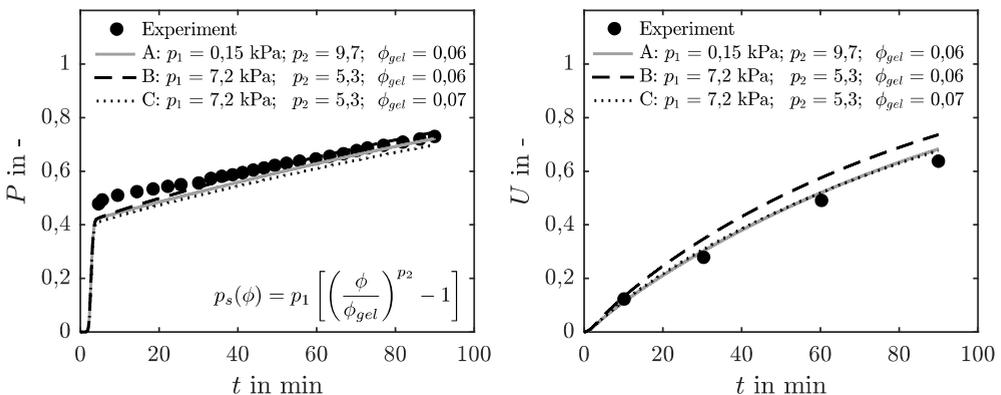


Abbildung 8.5: Einfluss des Kompressionsverhaltens auf den zeitlichen Verlauf des Produktverlustes (links) und des volumetrischen Füllgrads (rechts) für $\dot{V} = 0,1$ l/min, $Z = 19200$ g und $\phi_m = 0,5$ Vol.-%. Gemessene Werte stellen Daten von Konrath et al. [81] dar.

Es fällt auf, dass die Wahl der Anpassungsparameter für das Kompressionsverhalten einen geringen Einfluss auf den zeitlichen Verlauf des Produktverlustes hat. Zwischen den einzelnen Zuständen ist eine maximale relative Abweichung von $\Delta P = 5 \%$ vorhanden. Für den volumetrischen Füllgrad hingegen haben die Anpassungsgrößen einen größeren Einfluss. Die maximale relative Abweichung von Literaturdaten und dynamischer Simulation für Variante B liegt bei $\Delta U = 10 \%$. Die optimierten Anpassungsparameter der Variante A resultieren bei konstantem Feststoffgerüstdruck p_s in einer Verschiebung zu höheren Feststoffkonzentrationen. Dadurch erreicht das Haufwerk bei konstantem Druck eine geringere Porosität und der volumetrische Füllgrad in der Maschine sinkt bei gleicher Feststoffmasse im System. Weiterhin ist für den Vergleich zwischen Variante A und C festzustellen, dass die Erhöhung des Gelpunkts ebenfalls einen positiven Einfluss auf den Verlauf des Füllgrads hat. Eine Variation von $\phi_{gel} = 6 \text{ Vol.-%}$ auf $\phi_{gel} = 7 \text{ Vol.-%}$ führt zu einer Verschiebung des Feststoffgerüstdrucks hin zu größeren Feststoffvolumenanteilen und die Packungsdichte des Haufwerks steigt an.

Als Fazit sei zu erwähnen, dass sich bei der Gegenüberstellung von Literaturdaten und dynamischer Simulation eine gute Übereinstimmung für den zeitlichen Verlauf des Produktverlustes und volumetrischen Füllgrads durch die angepassten Parameter für das Kompressionsverhalten zeigt. Die Ergebnisse weisen jedoch auch darauf hin, dass eine geringe Änderung der Partikelgrößenverteilung der Ausgangssuspension auch zu einer Veränderung des Materialverhaltens führen kann.

8.4.1 Zeitlicher Verlauf des Trenngrads

Neben dem Produktverlust stellt der Trenngrad eine weitere wichtige Größe zur Beurteilung der Abscheideeffizienz dar. In den meisten Fällen handelt sich bei der Klassierung eines Stoffsystems um eine nicht-ideale Trennung. Die Trennschärfe ist ein Maß um die Güte der Klassierung abschätzen zu können. Eder [83] gibt die Trennschärfe $\kappa = x_{25,3}/x_{75,3}$ als Verhältnis aus 25%-iger zu 75%-iger Abtrennwahrscheinlichkeit an. Laut Löffler [53] liegt die Trennschärfe einer technischen Trennung in einem Größenbereich von $0,3 \leq \kappa \leq 0,6$. Die linke Seite in Abbildung 8.6 zeigt die Partikelgrößenverteilung des Zulaufs sowie die berechneten Summenverteilungen des Überlaufs für vier Zeitpunkte: $t = 10 \text{ min}$, 30 min , 60 min und 90 min . Es ist zu erkennen, dass eine Verschiebung der Partikelgrößenverteilung des Zentrats in Richtung der Summenverteilung des Zulaufs erfolgt. Dabei sind, wie bereits im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, das Separationsverhalten und der volumetrische Füllgrad über die Verweilzeit im System miteinander gekoppelt. Die Verringerung der Verweilzeit mit Anstieg des volumetrischen Füllgrads wirkt sich auch negativ auf den Trenngrad aus.

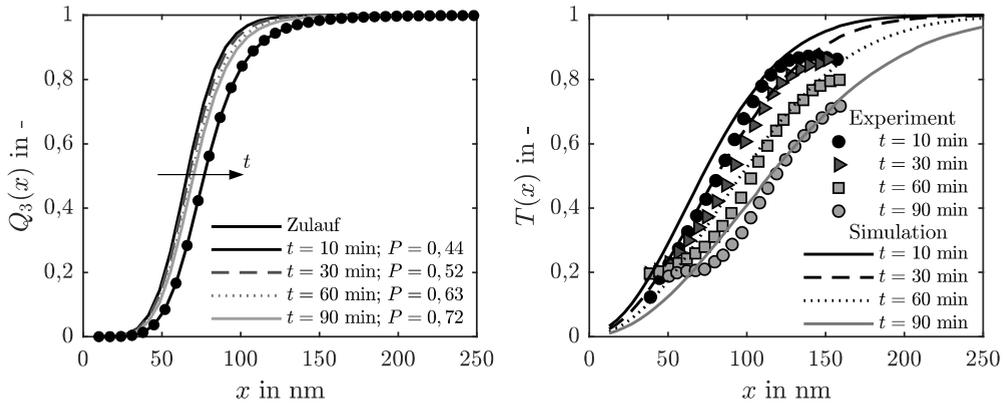


Abbildung 8.6: Links: Partikelgrößenverteilung von Aerosil 200 am Zulauf sowie am Überlauf für $t = 10$ min, 30 min, 60 min und 90 min. Rechts: Trenngrad der Röhrenzentrifuge für die vier beschriebenen Zeitpunkte und $\dot{V} = 0,1$ l/h, $Z = 19200$ g sowie $\phi_{in} = 0,5$ Vol.-%. Gemessene Daten stellen Werte aus der Publikation von Konrath et al. [81] dar.

Die rechte Seite in Abbildung 8.6 stellt die experimentellen Daten des Trenngrads der Röhrenzentrifuge nach Konrath [54] und die Ergebnisse der dynamischen Simulation für vier Zeitschritte gegenüber. Die Verschiebung des Trenngrads zu groben Partikelfractionen lässt sich ebenfalls mit dem kontinuierlichen Sedimentaufbau in der Zentrifuge erklären. Beim Vergleich der Literaturdaten mit den Ergebnissen der dynamischen Simulation zeigt sich vor allem zu Beginn der Klassierung eine bessere Abtrennung durch die Simulation. Vergleicht man die Trennschärfe des Experiments und der Simulation, ergibt sich für $t = 10$ min eine relative Abweichung von $\Delta\kappa = 12$ % und für $t = 90$ min eine relative Abweichung von $\Delta\kappa = 1,5$ %. Die Abweichung von Experiment und Simulation ist auf die im Modell konstant angenommene Rückvermischung zurückzuführen. Experimentelle Daten von Konrath [54] deuten auf eine Änderung der Rückvermischung mit fortschreitender Prozesszeit hin. Zusammenfassend lässt sich jedoch eine gute Übereinstimmung der Verläufe von Experiment und Simulation feststellen.

Im weiteren Verlauf wird der Einfluss des Kompressionsverhaltens und dadurch des gebildeten Haufwerks auf den Verlauf des Trenngrads untersucht. Das linke Diagramm in Abbildung 8.7 fasst die verwendeten Verläufe des Feststoffgerüstdrucks zusammen. Dabei verschiebt sich der Feststoffgerüstdruck mit Erhöhung des Anpassungsparameters p_1 zu kleineren Feststoffkonzentrationen. Aufgrund des konstanten Gelpunkts starten alle Kurvenverläufe bei $\phi_{gel} = 6$ Vol.-%. Die rechte Seite in Abbildung 8.7 legt den Einfluss der trenntechnischen Materialfunktion des Kompressionsverhaltens auf den Verlauf des Trenngrads für $t = 10$ min und $t = 60$ min dar.

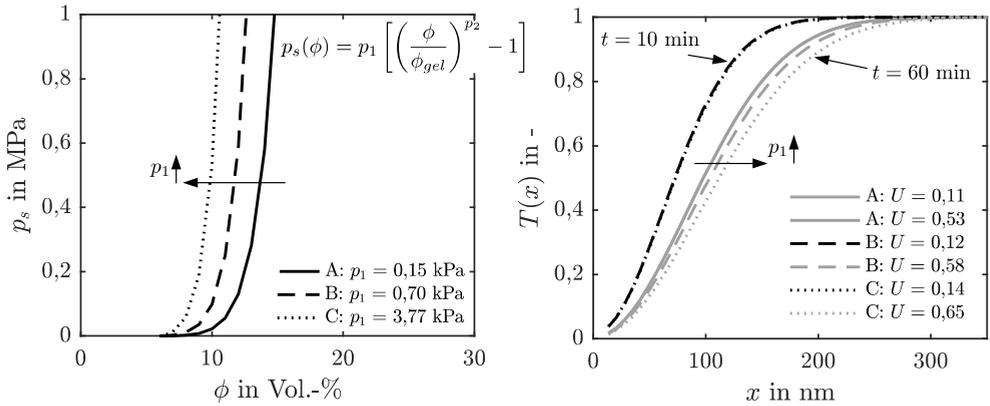


Abbildung 8.7: Links: Feststoffgerüstdruck in Abhängigkeit des Feststoffvolumenanteils. Die Parameter $p_2 = 9,7$ und $\phi_{gel} = 6$ Vol.-% wurden konstant gehalten. Rechts: Einfluss des Kompressionsverhaltens auf den zeitlichen Verlauf des Trenngrads für $t = 10$ min und $t = 60$ min.

Zum besseren Vergleich der Verläufe wurde der Füllgrad U der einzelnen Varianten in der Legende mit aufgenommen. Als Anfangswerte der Berechnung wurden die gleichen Einstellungen wie für Abbildung 8.6 dargelegt, definiert. Hier entspricht der Feststoffvolumenanteil $\phi_{in} = 0,5$ Vol.%, der Volumenstrom $\dot{V} = 0,1$ l/min und die Zentrifugalbeschleunigung $Z = 19200g$. Es ist zu erkennen, dass trotz der Variation des Kompressionsverhaltens kein Einfluss auf die Verläufe des Trenngrads für $t = 10$ min vorhanden ist. Zu Beginn der Abscheidung ist der Anteil der Sedimentschicht in der Zentrifuge gering und dadurch kein Einfluss auf das Separationsgebiet vorhanden.

Tabelle 8.2 fasst den volumetrischen Füllgrad der drei Varianten A, B und C für $t = 10$ min und $t = 60$ min zusammen. Für Variante A liegt der Füllgrad nach $t = 10$ min bei $U = 0,12$ und für Variante C bei $U = 0,14$. Die Gegenüberstellung der Verläufe des Trenngrads für $t = 60$ min zeigt wiederum ein anderes Verhalten. Hier unterscheidet sich der Verlauf der einzelnen Varianten deutlich.

Tabelle 8.2: Vergleich des Füllgrads für $t = 10$ min und $t = 60$ min.

	$t = 10$ min	$t = 60$ min
Variante	U in -	U in -
A	0,11	0,53
B	0,12	0,58
C	0,14	0,65

Im Vergleich zu $t = 10$ min hat sich nach $t = 60$ min deutlich mehr Feststoff im Apparat angesammelt und durch die Variation des Kompressionsverhaltens unterscheiden sich die einzelnen Füllgrade deutlich voneinander. Für Variante A hat das gebildete Haufwerk die geringste Porosität. Für Variante C verschiebt sich der Trenngrad hin zu groben Partikelfractionen. Das Sediment nimmt hier ein deutlich größeres Volumen im Apparat ein. Die relative Abweichung zwischen Variante A und C für den Zeitschritt von $t = 60$ min beträgt $\Delta U = 20\%$.

Im weiteren Verlauf wird der Einfluss des Volumenstroms und der Zentrifugalbeschleunigung auf die Klassierung in der untersuchten Röhrenzentrifuge diskutiert. Beide Einflussgrößen sind in Abbildung 8.8 dargestellt. Bei der Betrachtung der Verläufe zeigen sich die zu erwartenden Abhängigkeiten des Trenngrads vom Volumenstrom und der Zentrifugalbeschleunigung. Der Anstieg des Volumenstroms reduziert die mittlere Verweilzeit der Partikel und der Verlauf des Trenngrads verschiebt sich zu groben Partikelfractionen. Während für $\dot{V} = 0,1$ l/min alle Partikel im Bereich von $x = 200$ nm abgeschieden werden, verringert sich die Abtrennwahrscheinlichkeit für $\dot{V} = 0,4$ l/min auf 50 %. Zur Überprüfung der Güte der Klassierung wird im weiteren Verlauf auf die Trennschärfe näher eingegangen. Konrath [54] beobachtet für den Klassiervorgang von Siliziumdioxid eine Verringerung der Trennschärfe mit Erhöhung des Volumenstroms. Aus der Berechnung zeigt sich für die Trennschärfe ein abweichendes Ergebnis. Die simulierten Werte liegen in einem Bereich von $0,45 \leq \kappa \leq 0,46$. Für die Erhöhung der Zentrifugalbeschleunigung weisen die Literaturdaten wiederum einen Anstieg der Trennschärfe auf, siehe Konrath [84]. Beim Vergleich der Simulationsergebnisse für die Erhöhung der Zentrifugalbeschleunigung fällt auf, dass die Trennschärfe ebenfalls konstant bleibt. Die ermittelten Werte liegen hier einem ähnlichen Größenbereich $0,44 \leq \kappa \leq 0,45$.

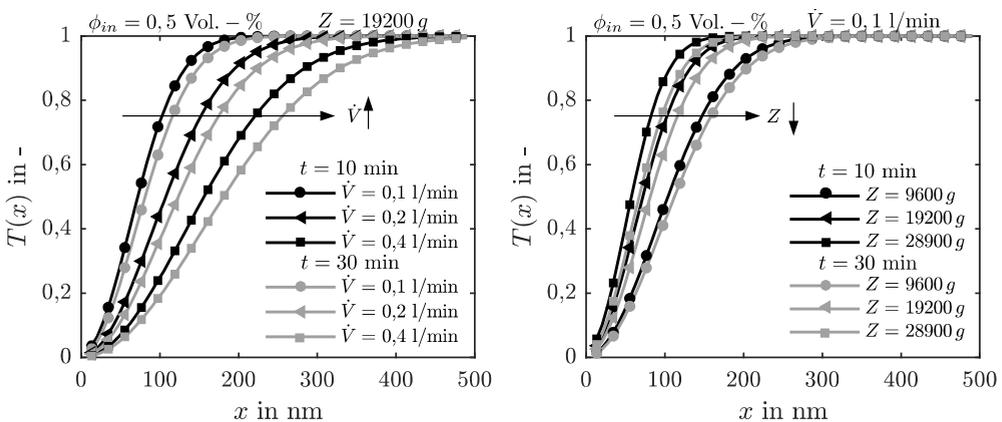


Abbildung 8.8: Dynamische Simulation der Klassierung unter Variation des Volumenstroms (links) und der Zentrifugalbeschleunigung (rechts) für $t = 10$ min sowie $t = 30$ min.

Dies wurde bereits für den Einfluss des Volumenstroms dargestellt. Eine mögliche Ursache für den konstanten Verlauf der Trennschärfe stellt die Modellierung des Strömungszustands mittels des Bilanzraum-Ansatzes dar. Für die axiale Dispersion in Röhrenzentrifugen wird davon ausgegangen, dass kein Einfluss der Prozessbedingungen auf die Rückvermischung besteht. Die Berücksichtigung negativer oder positiver Effekte der Prozessbedingungen auf die Rückvermischung könnte durch die Implementierung geeigneter Maschinenfunktionen für die Bodenstein-Zahl erfolgen. Es scheint weiterhin so, dass die Fahrweise von Vollmantelzentrifugen den Strömungszustand beeinflusst. Während sich für Dekantierzentrifugen ein stationärer Zustand einstellt, liegt in Röhrenzentrifugen eine kontinuierliche Veränderung des Strömungszustands vor.

8.5 Dynamische Simulation des Sedimentaufbaus

Neben der Beurteilung der zeitlichen Verläufe des Produktverlustes, des Trenngrads und Füllgrads erlaubt die dynamische Modellierung auch die Beurteilung des Sedimentaufbaus in Röhrenzentrifugen. Für die nachfolgend gezeigten Simulationsergebnisse wird angenommen, dass das Kompressionsverhalten des gebildeten Haufwerks durch die Partikelgrößenverteilung der Ausgangssuspension beschreibbar ist. Dies ist gleichbedeutend damit, dass eine Segregation der Partikelgröße in der Zentrifuge keine Änderung des Kompressionsverhaltens herbeiführt. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass es sich beim Sediment um ein kohäsives, flüssigkeitsgesättigtes Haufwerk handelt und das Fließverhalten des Sediments ebenfalls vernachlässigbar sei. Wie bereits für den Separationsvorgang dargestellt, handelt es sich beim Sedimentaufbau in Röhrenzentrifugen ebenfalls um einen instationären Prozess. Der zeitliche Verlauf des Sedimentaufbaus wird durch stationäre Modelle nicht abgebildet. Jedoch beeinflusst der Sedimentaufbau und die eingestellten Prozessbedingungen den Separationsvorgang erheblich. Aus diesem Grund wird im weiteren Verlauf auf den Sedimentaufbau näher eingegangen.

Abbildung 8.9 illustriert hierfür den zeitlichen Verlauf der Sedimenthöhe als Funktion der Zentrifugalbeschleunigung für einen Feststoffvolumenanteil am Zulauf von $\phi_{in} = 0,5$ Vol.-%. Die Zeitschrittweite zwischen zwei Linien beträgt $\Delta t = 10$ min. Zusätzlich wurde für die Berechnung eine Gesamtzeit von $t = 90$ min simuliert. Für die übersichtliche Darstellung der Ergebnisse ist nur ein Ausschnitt des Hohlzylinders dargestellt. Die dargestellten Iso-Linien konstanter Zeit entsprechen der Höhe H_{sed} des in der Zentrifuge aufgebauten Sediments. Dies bedeutet, dass sich unterhalb der Linie die Sedimentzone befindet und der Bereich oberhalb als Sedimentationszone definiert ist. Die Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse stellt den Einfluss der Zentrifugalbeschleunigung auf den Sedimentaufbau dar.

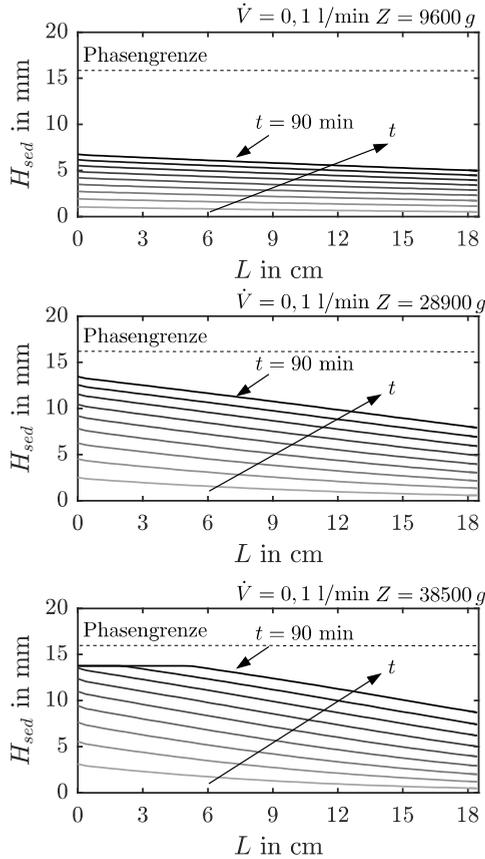


Abbildung 8.9: Zeitlicher Verlauf der Sedimentoberfläche als Funktion der Zentrifugalbeschleunigung für $\phi_{in} = 0,5$ Vol.-%. Der Intervall zwischen zwei Iso-Linien konstanter Zeit beträgt $\Delta t = 10$ min. Die Gesamtzeit der Simulationen beträgt $t = 90$ min

So ist für $Z = 9600$ g nach einer Prozesszeit $t = 90$ min von nur etwa die Hälfte der Röhrenzentrifuge mit Sediment gefüllt und die maximale Sedimenthöhe beträgt $H_{sed} = 7$ mm. Für $Z = 28900$ g verbleibt deutlich mehr Feststoff in der gleichen Zeit in der Zentrifuge. Hier beträgt die Sedimenthöhe $H_{sed} = 14$ mm. Es zeigt sich außerdem, dass sich der Feststoff nicht homogen über die Länge des Rotors verteilt, sondern lokal Unterschiede vorhanden sind. Für eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 38500$ g verbleibt noch mehr Feststoff in der Zentrifuge. Dadurch steigt der volumetrische Füllgrad der Maschine weiter an und es liegen Bereiche vor, in denen die maximale Sedimenthöhe erreicht wurde. In diesen Bilanzräumen ist ein maximaler Füllgrad von $U_{max} = 0,95$ vorhanden und es wird angenommen, dass hier kein weiterer Feststoff akkumuliert.

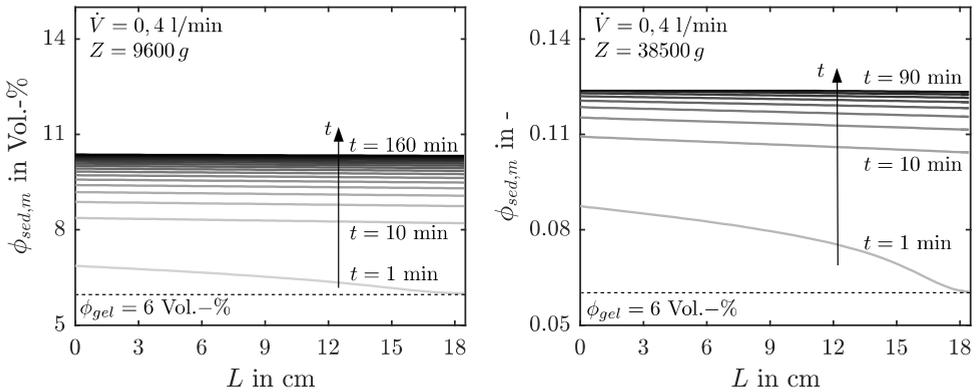


Abbildung 8.10: Volumengemittelter Mittelwert des Feststoffvolumenanteils jedes Bilanzraums als Funktion der Rotorlänge für $\phi_m = 0,5 \text{ Vol.-%}$. Nach einer Zeit von $t = 10 \text{ min}$ wurde als Intervallbreite zwischen zwei Linien eine Zeitschrittweite von $\Delta t = 10 \text{ min}$ gewählt.

Die Sedimenthöhe für den maximalen Füllgrad von $U_{max} = 0,95$ ist mit $H_{sed} = 14,4 \text{ mm}$ gegeben. Die Beobachtungen für den zeitlichen Verlauf der Sedimenthöhe decken sich mit experimentellen Untersuchungen von Konrath [54]. Das gebildete Sediment weist eine lineare Abhängigkeit der Sedimenthöhe von der Länge des Rotors auf. Dieser Verlauf ist für die Simulationsergebnisse ebenfalls beschrieben. Eine weitere Größe zur Beurteilung des Sedimentaufbaus stellt der Feststoffvolumenanteil des Haufwerks dar. Experimentell erlaubt die gravimetrische Analyse des Haufwerks die Ableitung der Feststoffkonzentration als Mittelwert entlang des Rotors. Als Vorteil der Diskretisierung des Verfahrensraums kann angesehen werden, dass der Feststoffvolumenanteil als Funktion der Rotorlänge und der Sedimenthöhe für jeden Zeitschritt vorliegt. Zur besseren Beurteilung der Daten wurde der volumengemittelte Feststoffvolumenanteil über die radiale Position für jeden Bilanzraum der Sedimentzone gebildet. Dies resultiert in den in Abbildung 8.10 dargestellten Verläufen für den volumengemittelten Feststoffvolumenanteil $\phi_{sed,m}$ als Funktion der axialen Länge des Rotors. Um eine Vergleichbarkeit zu schaffen, wurden die Simulationen bis zum Erreichen des maximalen Füllgrads von $U = 0,95$ durchgeführt. Dies resultiert in einer Simulationszeit von $t = 160 \text{ min}$ für $Z = 9600 \text{ g}$ und $t = 90 \text{ min}$ für $Z = 38500 \text{ g}$. Die Gegenüberstellung beider Diagramme weist ein ähnliches Verhalten auf. Zu Beginn deuten die Ergebnisse auf eine Änderung des Feststoffvolumenanteils entlang des Rotors hin. Mit fortschreitender Prozesszeit akkumuliert immer mehr Feststoff auf dem bereits gebildeten Sediment und der Feststoffgerüstdruck im Haufwerk steigt an. Für eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 9600 \text{ g}$ stellt sich eine mittlere Feststoffkonzentration von $\phi_{sed,m} = 10 \text{ Vol.-%}$ ein. Für eine Zentrifugalbeschleunigung von $Z = 38500 \text{ g}$ ergibt sich eine Verschiebung des mittleren Feststoffvolumenanteils

auf $\phi_{sed,m} = 12$ Vol.-%. Die Gegenüberstellung beider Beschleunigungen bei konstantem Volumenstrom zeigt, dass eine Erhöhung der Zentrifugalbeschleunigung um das Vierfache nur zu einem Anstieg der Feststoffkonzentration im Haufwerk um 17 % führt. Hier wäre es für eine bessere mechanische Entfeuchtung zielführend, ein Haufwerke höherer Kuchendicke in einem tieferen Teich aufzubauen und so den wirkenden Feststoffgerüstdruck zu erhöhen.

8.6 Schlussfolgerungen

Als Fazit dieses Kapitels lässt sich zusammenfassen, dass sich der in Kapitel 7 entwickelte Bilanzraum-Ansatz für Dekantierzentrifugen mittels der erforderlichen Anpassungen auch auf Röhrenzentrifugen übertragen lässt. So ist zur mathematischen Beschreibung der Trenngradfunktion die Fläche des Rechteckkanals einer Dekantierzentrifuge auf die Grundfläche des Hohlzylinders des Flüssigkeitsteichs der Röhrenzentrifuge anzupassen. Weiterhin findet in Röhrenzentrifugen kein Sedimenttransport statt, wodurch sich die Massenbilanz der Sedimentzone vereinfacht. Die Ergebnisse der dynamische Simulation der halbkontinuierlich arbeitenden Zentrifuge weisen auf eine zeitliche Änderung des Separationsverhaltens bis zum Erreichen des Endzustands hin. Daraus ergeben sich mit der Zeit variierende Verläufe für den Produktverlust, den Trenn-, den Füllgrad sowie die lokale Änderung des Sedimentaufbaus. Hier beeinflusst der kontinuierlich stattfindende Sedimentaufbau die Klassierung erheblich. Daraus folgt für die Beurteilung der Klassierung, dass stationäre Modelle die auftretenden trenntechnischen Vorgänge nicht erfassen und eine dynamische Modellierung zwingend erforderlich ist. Da das dynamische Modell den Separationsvorgang in der Röhrenzentrifuge in Echtzeit berechnet, ist es weiter denkbar, diesen Ansatz mit einem Algorithmus zur modellgestützten Regelung zu koppeln und so die optimalen Prozessbedingungen während des Betriebs für ein konstantes Trennergebnis abzuleiten.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der mathematischen Modellierung des Separationsvorgangs in Becher-, Röhren- und Dekantierzentrifugen für die dynamische Simulation in Echtzeit. Dabei standen für eine praxisnahe Modellierung der beschriebenen Dekantierzentrifuge eine experimentelle Charakterisierung trenntechnischer Materialfunktionen sowie die Ableitung der Verweilzeitverteilung und des Systemverhaltens des Apparates im Vordergrund. Den Übergang vom Labor- auf den Prozessmaßstab liefert der entwickelte Bilanzraum-Ansatz. Der numerische Algorithmus verknüpft das Verweilzeitverhalten der Vollmantelzentrifugen mit den trenntechnischen Materialfunktionen. In den nachfolgenden Erläuterungen sind die erreichten Ziele und der Ausblick auf zukünftige Arbeiten zusammengefasst.

Charakterisierung trenntechnischer Materialfunktionen und mathematische Modellierung einer Becherzentrifuge

Das Sedimentationsverhalten und die Kuchenbildung sind materialabhängige Größen und werden im Wesentlichen durch die Eigenschaften der dispersen Phase und der Flüssigkeit beeinflusst. Aufgrund der vielfältigen Einflussgrößen liegen in der Literatur keine allgemeingültigen Modelle zur Beschreibung der trenntechnischen Eigenschaften vor. Vielmehr ist es effizient und zielführend, die trenntechnischen Materialfunktionen ausgehend von Versuchen an Labor-Apparaten zu ermitteln.

In dieser Arbeit wurde das Sedimentationsverhalten an der Analysezentrifuge LUMiSizer experimentell untersucht. Aus den Ergebnissen leitet sich der Einfluss der Feststoffkonzentration auf die Sinkgeschwindigkeit für vier Kalkstein Suspensionen variabler Partikelgröße ab. Dabei ist festzustellen, dass die Partikelgrößenverteilung das Sedimentationsverhalten erheblich beeinflusst. Dies macht vor allem für konzentrierte Suspensionen eine Charakterisierung der Sinkgeschwindigkeit zwingend erforderlich. Der Übergang zwischen Sedimentation und Haufwerk wird in vielen Fällen durch den Gelpunkt beschrieben. Hier zeigt sich eine Abhängigkeit des Gelpunkts von der Partikelgrößenverteilung. So führt eine Verringerung der Partikelgröße für das gleiche Produkt zu einer Verschiebung des Gelpunkts zu kleineren Werten. Das gleiche Verhalten zeigt sich für die Untersuchung des Kompressionsverhaltens der gebildeten flüssigkeitsgesättigten Haufwerke. Für feine Partikel steigt die Kompressibilität der Sedimentschicht im Vergleich zu einem System bestehend aus groben Partikeln deutlich an.

Als Grund kann hier der steigende Einfluss der interpartikulären Wechselwirkungen genannt werden. Das entwickelte mathematische Modell zur dynamischen Simulation der diskontinuierlichen Zentrifugation einer Becherzentrifuge in Echtzeit betrachtet den Sedimentationsvorgang und die Bildung des Haufwerks getrennt voneinander. Die Grundlage der mathematischen Modellierung bildet eine differentielle Bilanz um ein Volumenelement der Küvette sowohl für den Bereich der Sedimentation als auch für das gebildete Sediment. Es wird davon ausgegangen, dass die Sedimentation durch eine Trennspiegelsinkgeschwindigkeit beschreibbar ist und es nicht zu Entmischungseffekten in der Küvette kommt. Durch die dynamische Anpassung des 1D-Rechengitters für jeden Zeitschritt ausgehend der linearen Interpolation der Feststoffkonzentration wird der Rechenaufwand konstant gehalten.

Der Vergleich mit Literaturdaten von Bürger et al. [37] zeigt eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse beider Modelle für das untersuchte mineralische Produkt. Das Potential der mathematischen Modellierung der diskontinuierlichen Zentrifugation beschränkt sich hier nicht nur auf die Simulation des Trennspiegels. Durch den modularen Aufbau des Ansatzes ist eine Anpassung des Gleichungssystems jederzeit für den untersuchten Anwendungsfall möglich. Dadurch können beispielsweise Schwarmeffekte bei der Sedimentation oder der Einfluss interpartikulärer Wechselwirkungen berücksichtigt werden. Aber auch die Einbindung mehrerer Feststoffphasen mit abweichenden Trennmerkmalen wie der Form oder Oberflächeneigenschaften ist denkbar. Dies erfordert eine mathematische Modellierung des Separationsverhaltens und der Bildung des Haufwerks für jede im System vorhandene Feststoffphase.

Verweilzeit- und Systemverhalten einer Labor-Dekantierzentrifuge

Die experimentelle Verweilzeitmessung, die Ermittlung des Systemverhaltens aus der sprunghaften Änderung einer Zustandsgröße und die numerische Simulation dienten der Untersuchung des Strömungszustands in einer Labor-Dekantierzentrifuge. Die experimentelle Verweilzeitmessung im Flüssigkeitsbetrieb zeigte keinen Einfluss der Drehzahl, der Differenzdrehzahl, der Zentrifugalbeschleunigung und der Wehrhöhe auf die axiale Dispersion. Vielmehr verändert sich die effektive mittlere Verweilzeit der Flüssigkeit durch die Variation des Volumenstroms und der Wehrhöhe in der Labor-Dekantierzentrifuge. Mithilfe der sprunghaften Änderung von Prozessbedingungen oder den Materialeigenschaften ließ sich im laufenden Betrieb das Systemverhalten einer Labor-Dekantierzentrifuge ableiten. Zum Vergleich unterschiedlicher Zustände wurde die normierte dynamische Änderung eingeführt und die Prozesszeit auf die effektive mittlere Verweilzeit bezogen. Aus den gewonnenen Daten leiten sich zwei Masterkurven für die normierte dynamische Änderung im Apparat ab. Sowohl die Verweilzeitmessung als auch die Analyse des Systemverhaltens betrachten die Dekantierzentrifuge als "Black-Box" und stellen die Abweichung von idealen Bedingungen

auf der Makroebene dar. Ausgehend der numerischen Strömungssimulation ließen sich auch Aussagen über das orts aufgelöste Strömungsfeld in Dekantierzentrifugen treffen. Es zeigt sich, dass die Strömung im Apparat deutlich von einer Pfropfenströmung abweicht und sich ein näherungsweise hyperbolisches Strömungsprofil im zylindrischen Teil der Maschine mit der maximalen Geschwindigkeit an der Phasengrenze ausbildet. Es war weiterhin festzustellen, dass der Einfluss der Axial- und der Radialgeschwindigkeit auf die Strömungsgeschwindigkeit gering ausfällt. Im weiteren Verlauf wurde das stationäre Strömungsfeld mit dem skalaren Transport eines Spurstoffs verknüpft und die Verweilzeitverteilung in der Dekantierzentrifuge numerisch vorhergesagt.

Als Fazit ist festzustellen, dass sich die numerische Simulation zur Untersuchung der Strömungsbedingungen in Dekantierzentrifugen eignet. Hier zeigen die Ergebnisse der numerischen Simulation eine gute Übereinstimmung sowohl für den Flüssigkeits- als auch den Suspensionsbetrieb. Der in dieser Arbeit betrachtete Fall einer mit Flüssigkeit gefüllten Maschine stellt jedoch nicht den Realbetrieb dar. Hammerich et al. [52] entwickelten ein numerisches Modell, das die CFD mit den Materialeigenschaften der Suspension und des Sediments koppelt. Durch die Weiterentwicklung des numerischen Modells soll es in Zukunft möglich sein, den Einfluss des Sedimentaufbaus auf die Strömungsbedingungen in Dekantierzentrifugen durch numerische Simulationen vorherzusagen.

Dynamische Simulation des Separationsvorgangs in Dekantierzentrifugen

Die gängigen Auslegungsmethoden zur Berechnung der Abscheidung in Vollmantelzentrifugen wie die Sigma-Theorie, das g-Volumen oder die Leung-Zahl beschreiben den Separationsvorgang in Dekantierzentrifugen für den stationären Zustand. Der in dieser Arbeit entwickelte Bilanzraum-Ansatz für Dekantierzentrifugen erlaubt die dynamische Simulation des Separationsverhaltens in Echtzeit. Der Bilanzraum-Ansatz verknüpft die trenntechnischen Materialfunktionen des Sedimentationsverhaltens und der Haufwerksbildung mit der Verweilzeitverteilung in der Dekantierzentrifuge.

Das numerische Modell nutzt die Einteilung des Apparates in einzelne Kontrollvolumen diskreter Länge. Dadurch findet eine orts- und zeitdiskrete Berechnung der Abscheidung statt. Für die Validierung wurden neben der Abscheidung und mechanischen Entfeuchtung auch die Klassierung der dispersen Phase betrachtet. Der Vergleich von Experiment und Simulation zeigte eine gute Übereinstimmung. Außerdem ist ein erheblicher Einfluss der Partikelgrößenverteilung auf das Entfeuchtungsverhalten des Produktes festzustellen. Für feindisperse Produkte steigt die Kompressibilität des Haufwerks mit der Verringerung der Partikelgröße und für eine effiziente mechanische Entfeuchtung ist eine deutlich höhere

Zentrifugalbeschleunigung notwendig. Es lässt sich zusammenfassen, dass die Abscheidung, Klassierung und mechanische Entfeuchtung für die untersuchten Produkte gut mittels des entwickelten dynamischen Modells abgebildet werden und die aus Experimenten bekannten Abhängigkeiten durch den Ansatz beschrieben sind. Es sei allerdings auch darauf hingewiesen, dass der entwickelte Bilanzraum-Ansatz auf das jeweilige Materialverhalten angepasst werden muss.

Für kompressible fließfähige Materialien ist sowohl der konische Teil der Dekantierzentrifuge als auch das von Karolis [45] beobachtete Rückfließen im Konus zu berücksichtigen. Des Weiteren wird die Untersättigung körniger Produkte im konischen Teil des Apparates beim Auftauchen aus dem Teich ebenfalls nicht abgebildet. Für beide Fälle bietet der modulare Aufbau des Bilanzraum-Ansatzes die Möglichkeit, die trenntechnischen Vorgänge zu implementieren und so eine breite Anwendbarkeit für unterschiedliche Grundoperationen zu erreichen.

Übertragung des Bilanzraum-Ansatzes auf Röhrenzentrifugen

Während Dekantierzentrifugen kontinuierlich arbeiten, werden Röhrenzentrifugen halbkontinuierlich betrieben. Hier führt der Sedimentaufbau zu einer stetigen Änderung der Strömungsbedingungen und der Verweilzeit. Die mathematische Modellierung von Röhrenzentrifugen basiert auf dem für Dekantierzentrifugen entwickelten Bilanzraum-Ansatz, vernachlässigt jedoch den Sedimenttransport und das Fließverhalten des gebildeten flüssigkeitsgesättigten Haufwerks. Der Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Literaturdaten von Konrath et al. [81] und Spelter [58] zeigen eine sehr gute Übereinstimmung für die Klassierung und den Sedimentaufbau des nanoskaligen Partikelsystems Aerosil 200. Daraus lässt sich ableiten, dass eine Übertragung der dynamischen Modellierung zur Beschreibung der zeitlichen Verläufe des Produktverlustes, des Trenngrads und des Füllgrads möglich ist. Hierzu wurden jedoch Anpassungen des Trenngrads zur Beschreibung des Separationsverhaltens und den geometrischen Verhältnissen durchgeführt.

An dieser Stelle ermöglicht die Erweiterung des Bilanzraum-Ansatzes durch ein zusätzliches Modul zur numerischen Optimierung von Prozessbedingungen eine modellbasierte Regelung der Trenaufgabe. Für eine effiziente Regelung sind online-Messtechnik zur Ermittlung der Partikelgrößenverteilung und der Feststoffkonzentration am Zu- und Ablauf mit dem dynamischen Modell zu verknüpfen. Dies erlaubt die Vorhersage der Trenneffizienz durch Kombination der mathematischen Modellierung mit der Messwerterfassung und anschließender Regelung der Prozessbedingungen.

Ausblick

Die dynamische Modellierung bietet neben der Auslegung von Vollmantelzentrifugen auch andere Anwendungsmöglichkeiten wie die modellbasierte Regelung des Trennprozesses oder die numerische Optimierung von Prozessbedingungen für einen energetisch effizienten Betrieb. Für die modellbasierte Regelung und energetische Optimierung der Prozessbedingungen wird im dynamischen Modell ein zusätzliches Modul benötigt, welches die Prozessbedingungen ausgehend der Partikelgrößenverteilung des Zentrats anpasst. Ein möglicher Lösungsansatz des zusätzlichen Moduls stellt die Berechnung eines inversen Problems für den jeweiligen Apparat dar. Dabei werden die optimalen Prozessbedingungen für die gewünschte Partikelgrößenverteilung des Zentrats oder Kuchens mittels eines numerischen Modells angenähert und als neue Anfangswerte für die Berechnung des nächsten Zeitschritts vorgegeben.

Ein weiteres Anwendungsfeld stellt die Entwicklung dynamischer Modelle zur Echtzeit-Simulation der mechanischen Entfeuchtung pastöser Haufwerke in Dekantierzentrifugen dar. Ist das gebildete Sediment sehr fließfähig, kommt es zur Ausbildung nicht-newtonschen Verhaltens und das Fließverhalten des flüssigkeitsgesättigten Haufwerks ist in der Regel eine Funktion der Scherrate und des Feststoffgerüstdrucks. Hier ist es denkbar, das Fließverhalten in der Dekantierzentrifuge über einen effektiven Massenstrom für den Feststofftransport zu modellieren und dadurch den Einfluss der rheologischen Eigenschaften des Produktes auf die mechanische Entfeuchtung abzubilden.

Weiterhin ist es möglich, den entwickelten Bilanzraum-Ansatz auch auf filtrierende Zentrifugen wie Vertikal- oder Schubzentrifugen zu übertragen. Hierzu ist der numerische Algorithmus für die Haufwerksbildung mit dem Durchströmungsverhalten und Untersättigung des Sediments im Zentrifugalfeld zu koppeln. Dafür müssen Materialfunktionen abgeleitet werden, die das trenntechnische Materialverhalten während der Untersättigung beschreiben. Hier ist es zielführend, eine Entfeuchtungskinetik experimentell in Abhängigkeit der Partikelgrößenverteilung abzuleiten und diese mit der Diskretisierung in radialer Richtung zu koppeln.

Symbolverzeichnis

Lateinische Symbole

A	Fläche	m^2
A_{sed}	Querschnittsfläche Sediment	m^2
a	Tangentiale Verschiebung Feststofftransport	m
a_z	Diffusionskoeffizient	m^2/s
B_k	Gangbreite	m
Bo	Bodenstein-Zahl	-
C	Schleuderzahl	-
c_1	Anpassungsparameter Leung-Zahl	-
c_w	Widerstandsbeiwert	-
c_t	Stoffmenge Tracer	mol
D	Durchströmungsziffer	-
D_{ax}	Axialer Dispersionkoeffizient	m^2/s
D_m	Molekularer Diffusionskoeffizient	m^2/s
D_t	Turbulenter Diffusionskoeffizient	m^2/s
d_{tr}	Durchmesser Trommel	m
d_w	Durchmesser Wehrscheibe	m
E	Abscheidegrad	-
$E(t)$	Verweilzeitspektrum	-
$F(t)$	Verweilzeitverteilung	-
\vec{f}	Externe Volumenkraft	N/m^3
f_{fl}	Flockenbildungsfaktor	-
f_k	Flussdichtefunktion nach Kynch	m/s
f_z	Flussdichtefunktion im Zentrifugalfeld	m/s
g	Erdbeschleunigung	m/s^2
H_s	Sedimenthöhe	m

$h(\phi)$	Sedimentationsbehinderung	-
k	Turbulente kinetische Energie	m^2/s^2
k_0	Verhältnis von Quer- zur Normalkraft	-
k_1	Konsistent-Parameter	-
L	Länge	m
L_{hel}	Länge des abgewickelten Schneckenkanals	m
L_e	Effektive Sedimentationslänge	m
Le	Leung-Zahl	-
m	Feststoffmasse	kg
\dot{m}	Massenstrom	kg/s
\dot{m}_{sed}	Sedimentmassenstrom	kg/s
N	Anzahl der Bilanzräume	-
n	Drehzahl	1/s
n_1	Fließindex	-
n_{fl}	Exponent Sedimentationsbehinderung eines geflockten Systems	-
n_{RZ}	Exponent Sedimentationsbehinderung	-
P	Produktverlust	-
P_{ax}	Axiale Verschiebung beim Feststofftransport	m
p	Druck	Pa
p_s	Feststoffgerüstdruck	Pa
$Q_3(x)$	Partikelgrößenverteilung	-
$q_3(x)$	Dichteverteilung	1/m
R	Radius	m
R_0	Radius der Aufgabe	m
R_e	Effektiver Radius	m
$R_{k,j}$	Radius komprimierte Sedimentschicht	m
R_l	Radius des Detektors	m
R_s	Radius der Sedimentoberfläche	m
Re_p	Partikel-Reynoldszahl	-
r	Radiale Position	m
S_{dyn}	Normierte dynamische Änderung	-

Sc_t	Turbulente Schmidt-Zahl	-
T	Transporteffizienz	-
$T(x)$	Trenngrad	-
t	Zeit	s
t_v	Verweilzeit	s
U	Volumetrischer Füllgrad	-
u	Sinkgeschwindigkeit Partikel	m/s
V	Volumen	m ³
V_{ges}	Gesamtvolumen Zentrifuge	m ³
V_{sed}	Sedimentvolumen in der Zentrifuge	m ³
\dot{V}	Volumenstrom	m ³ /s
v	Strömungsgeschwindigkeit	m/s
v_{ax}	Transportgeschwindigkeit axiale Richtung	m/s
$v_{ax,eff}$	Effektive Transportgeschwindigkeit in axiale Richtung	m/s
v_{eff}	Effektive Transportgeschwindigkeit	m/s
v_r	Relativgeschwindigkeit rotierendes Referenzsystem	m/s
$v_{i,rel}$	Relative Tangentialgeschwindigkeit	m/s
v_{th}	Theoretische Transportgeschwindigkeit	m/s
\bar{v}_{tr}	Mittlere Transportgeschwindigkeit	m/s
\vec{v}_l	Geschwindigkeit der Flüssigkeit	m/s
\vec{v}_s	Feststoffgeschwindigkeit	m/s
\bar{v}_i	Zeitlich gemittelte Geschwindigkeit	m/s
v'_i	Statistische Schwankungsgeschwindigkeit	m/s
x	Partikeldurchmesser	m
x_{50}	Mittlerer Partikeldurchmesser	m
x_{kr}	Partikeldurchmesser Grenzkorn	m
Z	Zentrifugalbeschleunigung	m/s ²

Griechische Symbole

α	Winkel des abweichenden Transports	°
β	Schneckensteigungswinkel	°
β_1	Anpassungsparameter Kompressionswiderstand	-
$\dot{\gamma}$	Scherrate	1/s
Δs	Schneckenblattdicke	m
$\Delta \rho$	Dichtedifferenz zwischen Feststoff und Flüssigkeit	kg/m ³
$\Delta \omega$	Differenz der Winkelgeschwindigkeit zwischen Schnecke und Trommel	1/s
Δn	Differenzdrehzahl zwischen Schnecke und Trommel	1/s
ΔR	Diskretisierte Länge	m
Δt	Zeitschrittweite	s
δ_{ij}	Kronecker-Delta	-
ε	Porosität	-
ε	Dissipationsrate	m ² /s ³
ζ_{dek}	Vorschubgrad	-
η_i	Intrinsische Viskosität	Pa · s
η_l	Dynamische Viskosität der Flüssigkeit	Pa · s
η_s	Dynamische Viskosität der Suspension	Pa · s
η_t	Turbulente Viskosität	Pa · s
κ	Trennschärfe	-
λ	Wellenlänge des Lichtes	m
μ_{sc}	Reibwert	-
ρ_l	Dichte der Flüssigkeit	kg/m ³
ρ_s	Dichte des Feststoffs	kg/m ³
Σ	Sigma-Parameter	m ²
τ	Mittlere Verweilzeit	s
τ_{eff}	Schubspannung	Pa
τ_{exp}	Effektive mittlere Verweilzeit	s
τ_f	Fließgrenze	Pa
φ_{sc}	Reibwinkel	°

ϕ	Feststoffvolumenanteil	-
ϕ_{gel}	Gelpunkt	-
ϕ_{max}	Maximale Packungsdichte	-
ψ	Permeabilität	m ²
ω	Winkelgeschwindigkeit	1/s

Subskript und Superskript

<i>ein</i>	Zulauf
<i>eff</i>	Effektiv
<i>fl</i>	Flocken
<i>g</i>	Erdschwerefeld
<i>ges</i>	Gesamt
<i>hel</i>	Kanal entlang der Helix
<i>i</i>	Diskretisiertes Element eines Bilanzraums
<i>j</i>	Diskretisiertes Element radiale Richtung Bilanzraum <i>i</i>
<i>k</i>	Kuchen
<i>kon</i>	Konischer Teil
<i>max</i>	Maximum
<i>s</i>	Feststoff
<i>sc</i>	Schnecke
<i>sed</i>	Sediment
<i>sep</i>	Separation
<i>sp</i>	Spalt
<i>st</i>	Stokes
<i>t</i>	Vorangegangener Zeitschritt
$t + \Delta t$	Aktueller Zeitschritt
<i>th</i>	Theoretisch
<i>tp</i>	Transport
<i>tr</i>	Trommel
<i>w</i>	Wehr
<i>z</i>	Zentrifugalfeld
<i>zyl</i>	Zylindrischer Teil
δ	Grenzschicht

Abkürzungsverzeichnis

CAD	Computer Aided Design
CFD	Computational Fluid Dynamics
CFL	Courant-Friedrich-Lewy
DNS	Direkte Numerische Simulation
FVM	Finite-Volumen-Methode
LDA	Laser Doppler Anemometrie
LES	Large Eddy Simulationen
PC	Polycarbonat
PGV	Partikelgrößenverteilung
PISO	Pressure-Implicit with Splitting of Operators
PVC	Polyvinylchlorid
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations
SIMPLE	Semi-Implicit Method of Pressure-Linked Equations
SiO ₂	Siliziumdioxid
SRF	Single Rotating Reference Frame
SST	Shear Stress Transport
STL	Standard Tessellation Language
VOF	Volume-of-Fluid

Literaturverzeichnis

- [1] Wintermantel, K. "Process and product engineering - achievements, present and future challenges". In: *Chemical Engineering Science* 77 (1999), 175–188.
- [2] Kürten, H., Raasch, J. und Rumpf, H. "Beschleunigung eines kugelförmigen Feststoffteilchens im Strömungsfeld konstanter Geschwindigkeit". In: *Chemie Ingenieur Technik* 38 (1966), 941–948.
- [3] Stokes, G. G. "On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums". In: *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* 9 (1850).
- [4] Bickert, G. "Sedimentation feinsten suspendierter Partikel im Zentrifugalfeld". Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (1997).
- [5] Kaye, B. H. und Boardman, R. P. "Cluster formation in dilute suspensions". In: *Proc. Symp. on the Interaction between Fluids and Particles, Institution of Chemical Engineers London*. (1962), 17–21.
- [6] Johne, R. "Einfluß der Konzentration einer monodispersen Suspension auf die Sinkgeschwindigkeit ihrer Teilchen". In: *Chemie Ingenieur Technik* 38 (1966), 428–430.
- [7] Bhatti, J. I. "Clusters formation during sedimentation of dilute suspensions". In: *Separation Science and Technology* 21 (1986), 953–967.
- [8] Beiser, M. "Sedimentation submikroner Partikel in Abhängigkeit physikalisch-chemischer Einflüsse und ihr Separationsverhalten in Dekantierzentrifugen". Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (2006).
- [9] Ettmayr, A., Bickert, G. und Stahl, W. "Zur Konzentrationsabhängigkeit des Sedimentationsvorgangs von Feinstpartikelsuspensionen in Zentrifugen". In: *F+S Filtrieren u. Separieren* 15 (2001), 58–65.
- [10] Richardson, J. F. und Zaki, W. N. "The sedimentation of a suspension of uniform spheres under conditions of viscous flow". In: *Chemical Engineering Science* 3 (1954), 65–73.
- [11] Nirschl, H. "Einfluss der Physikochemie auf die Abtrennung nanoskaliger Partikel aus Flüssigkeiten". In: *Chemie Ingenieur Technik* 79 (2007), 1797–1807.
- [12] Ekdawi, N. und Hunter, R. J. "Sedimentation of disperse and coagulated suspensions at high particle concentrations". In: *Colloids and Surfaces* 15 (1985), 147–159.

- [13] Kynch, G. J. "A theory of sedimentation". In: *Transactions of the Faraday Society* 48 (1952), 166–176.
- [14] Krieger, I. M. und Dougherty, T. J. "A Mechanism for Non-Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres". In: *Transactions of the Society of Rheology* 3 (1959), 137–152.
- [15] Scott, K. J. "Experimental study of continuous thickening of a flocculated silica slurry". In: *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals* 7 (1968), 582–595.
- [16] Freidinger, R. "Untersuchungen über die Ausbildung von Sedimenten in kontinuierlich betriebenen Absetzapparaten". Dissertation. University Stuttgart, (1985).
- [17] Leung, W. W.-F. *Industrial Centrifugation Technology*. New York: McGraw-Hill, (1998).
- [18] Ambler, C. M. "The evaluation of centrifuge performance". In: *Chemical Engineering Progress* 48 (1952), 150–158.
- [19] Gösele, W. "Schichtströmung in Röhrenzentrifugen". In: *Chemie Ingenieur Technik* 13 (1968), 657–659.
- [20] Meyer, U. "Zur Strömungsbildung und Trennwirkung in Überlaufzentrifugen". In: *VT Verfahrenstechnik* 12 (1978), 374–379.
- [21] Reuter, H. "Sedimentation in der Überlaufzentrifuge". In: *Chemie Ingenieur Technik* 39 (1967), 548–553.
- [22] Romani Fernández, X. und Nirschl, H. "Numerische und experimentelle Analyse der Strömungs- und Sedimentationsvorgänge in Vollmantelzentrifugen". In: *Chemie Ingenieur Technik* 84 (2012), 1267–1267.
- [23] Hülsen, H. "Strömungs- und Bewegungsvorgänge in Dekanterzentrifugen". In: *Chemie Ingenieur Technik* 41 (1969), 375–381.
- [24] Faust, T. "Untersuchungen über die Strömungen und Absetzvorgänge in der Klärzone von Dekantern". Dissertation. Universität Stuttgart, (1983).
- [25] Tarleton, E. S. und Wakeman, R. *Solid-Liquid Separation: Scale-up of Industrial Equipment*. Elsevier Ltd., (2005).
- [26] Ambler, C. M. "The theory of scaling up laboratory data for the sedimentation type centrifuge". In: *Journal of Microbial and Biochemical Technology* 1 (1959), 185–205.
- [27] Ambler, C. M. "The fundamentals of separation, including Sharples Sigma value for predicting equipment performance". In: *Industrial and Engineering Chemistry Research* 48 (1961), 430–433.

- [28] Flemke, E. "Neue Leistungsprofile bei der Entwässerung von Klärschlämmen mittels Dekantierzentrifugen". In: *Recycling von Klärschlämmen*. EF-Verlag für Energie und Umwelttechnik GmbH, (1992).
- [29] Stahl, W. *Fest-Flüssig-Trennung Band II: Industrie-Zentrifugen, Maschinen- und Verfahrenstechnik*. CH-Männedorf: DRM Press, (2004).
- [30] Leung, W. W.-F. "Inferring in-situ floc size, predicting solids recovery, and scaling-up using the Leung number in separating flocculated suspension in decanter centrifuges". In: *Separation and Purification Technology* 171 (2016), 69–79.
- [31] Auzerais, F. M., Jackson, R. und Russel, W. B. "The resolution of shocks and the effects of compressible sediments in transient settling". In: *Journal of Fluid Mechanics* 195 (1988), 437–462.
- [32] Buscall, R. und White, L. R. "The consolidation of concentrated suspensions. Part 1.—The theory of sedimentation". In: *Journal of the Chemical Society, Faraday Transactions 1: Physical Chemistry in Condensed Phases* 83 (1987), 873–891.
- [33] Green, M. D., Eberl, M. und Landman, K. A. "Compressive yield stress of flocculated suspensions: Determination via experiment". In: *AIChE Journal* 42 (1996), 2308–2318.
- [34] Landman, K. A., White, L. R. und Eberl, M. "Pressure filtration of flocculated suspensions". In: *AIChE Journal* 41 (1995), 1687–1700.
- [35] Usher, S. P., Studer, L. J., Wall, R. C. und Scales, P. J. "Characterisation of dewaterability from equilibrium and transient centrifugation test data". In: *Chemical Engineering Science* 93 (2013), 277–291.
- [36] Tiller, F. M. und Kwon, J. H. "Role of porosity in filtration: XIII. Behavior of highly compactible cakes". In: *AIChE Journal* 44 (1998), 2159–2167.
- [37] Bürger, R. und Concha, F. "Settling velocities of particulate systems: 12. Batch centrifugation of flocculated suspensions". In: *International Journal of Mineral Processing* 63 (2001), 115–145.
- [38] Sambuichi, M., Nakakura, H. und Osasa, K. "Zone settling of concentrated slurries in a centrifugal field". In: *Journal of Chemical Engineering of Japan* 24 (1991), 489–494.
- [39] Garrido, P., Bürger, R. und Concha, F. "Settling velocities of particulate systems: 11. Comparison of the phenomenological sedimentation-consolidation model with published experimental results". In: *International Journal of Mineral Processing* 60 (2000), 213–227.
- [40] Stickland, A. D., White, L. R. und Scales, P. J. "Modeling of solid-bowl batch centrifugation of flocculated suspensions". In: *AIChE Journal* 52 (2006), 1351–1362.

- [41] Garrido, P., Concha, F. und Bürger, R. “Settling velocities of particulate systems: 14. Unified model of sedimentation, centrifugation and filtration of flocculated suspensions”. In: *International Journal of Mineral Processing* 72 (2003), 57–74.
- [42] Berres, S., Bürger, R., Coronel, A. und Sepúlveda, M. “Numerical identification of parameters for a flocculated suspension from concentration measurements during batch centrifugation”. In: *Chemical Engineering Journal* 111 (2005), 91–103.
- [43] Stickland, A. D. “Solid-liquid separation in the water and wastewater industries”. PhD-Thesis. University of Melbourne, (2005).
- [44] Reif, F. R. und Stahl, W. “Transportation of moist solids in decanter centrifuges”. In: *Chemical Engineering Progress* 85 (1989), 57–67.
- [45] Karolis, A. und Stahl, W. “An expanded mathematical model describing the conveying of pasty material in decanter centrifuges”. In: *4th World Filtration Congress*. (1986), 9.9–9.16.
- [46] Records, F. A. “The continuous scroll discharge decanting centrifuge”. In: *The Chemical Engineer* 281 (1974), 41–47.
- [47] Reif, F. R. “Transport und Entfeuchtung körniger Schüttgüter in Schneckenzenrifugen”. Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (1990).
- [48] Erk, A. “Rheologische Eigenschaften feindisperser Suspensionen in Filtern und Zentrifugen”. Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (2006).
- [49] Mladenchev, T. und Tomas, J. “Modellierung der Filtrations- und Konsolidierungsdynamik von geflockten und nicht geflockten feindispersen Kalksteinsuspensionen”. In: *Chemie Ingenieur Technik* 76 (2004), 1814–1818.
- [50] Mladenchev, T. “Modellierung des Filtrations- und Fließverhaltens von ultrafeinen, kompressiblen, flüssigkeitsgesättigten Partikelpackungen”. Dissertation. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, (2007).
- [51] Karolis, A. “Probleme der Feststoffförderung in Dekantierzentrifugen bei pastösen Sedimenten”. Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (1986).
- [52] Hammerich, S., Gleiß, M., Kespe, M. und Nirschl, H. “An Efficient Numerical Approach for Transient Simulation of Multiphase Flow Behavior in Centrifuges”. In: *Chemical Engineering & Technology* 41 (2018), 44–50.
- [53] Löffler, F. und Raasch, J. *Grundlagen der mechanischen Verfahrenstechnik*. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft, (1992).
- [54] Konrath, M. “Klassierung von Feinstpartikeln mittels schnelldrehender Sedimentationszentrifugen”. Dissertation. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), (2016).

- [55] Lerche, D. "Dispersion Stability and Particle Characterization by Sedimentation Kinetics in a Centrifugal Field". In: *Journal of Dispersion Science and Technology* 23 (2007), 37–41.
- [56] Detloff, T., Sobisch, T. und Lerche, D. "Particle size distribution by space or time dependent extinction profiles obtained by analytical centrifugation". In: *Powder Technology* 174 (2007), 50–55.
- [57] Reinach, H. "Gleichgewicht und Kinetik der Preßentfeuchtung einer Becherzentrifuge und in einer Stempelpresse, dargestellt an einem stark kompressiblen Kaolinschlamm". Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (1992).
- [58] Spelter, L. "Abtrennung und Klassierung kolloidaler Partikel in Zentrifugen: Experimenteller Nachweis und Modellierung der Sedimentation in halbkontinuierlichen Vollmantelzentrifugen". Dissertation. Karlsruher Institut für Technologie (KIT), (2012).
- [59] Alles, C. und Anlauf, H. "Filtration mit kompressiblen Kuchen: Effiziente Konzepte für eine anspruchsvolle Trennaufgabe". In: *Chemie Ingenieur Technik* 75 (2003), 1221–1230.
- [60] Langeloh, T. "Der Einfluß des Schleppeffektes auf die Klärung in Dekantierzentrifugen". Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (1986).
- [61] Frost, S. "Neue Einblicke in die Abscheidung feiner Feststoffe in Dekantierzentrifugen". Dissertation. Universität Karlsruhe (TH), (2000).
- [62] Baerns, M., Hofmann, H. und Renken, A. *Chemische Reaktionstechnik. Lehrbuch der Technischen Chemie. Band 1*. Georg Thieme Verlag Stuttgart, (1990).
- [63] Fitzer, E. und Fritz, W. *Technische Chemie - Eine Einführung in die chemische Reaktionstechnik*. Berlin: Springer Verlag Berlin, (1975).
- [64] Romaní Fernández, X. und Nirschl, H. "Multiphase CFD Simulation of a Solid Bowl Centrifuge". In: *Chemical Engineering & Technology* 32 (2009), 719–725.
- [65] Romanni Fernández, X. und Nirschl, H. "A numerical study of the impact of radial baffles in solid bowl centrifuges using computational fluid dynamics". In: *Physical Separation in Science and Engineering* (2010).
- [66] Hirt, C. W. und Nichols, B. D. "Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries". In: *Journal of Computational Physics* 39 (1981), 201–225.
- [67] Spelter, L. E., Schirner, J. und Nirschl, H. "A novel approach for determining the flow patterns in centrifuges by means of Laser-Doppler-Anemometry". In: *Chemical Engineering Science* 66 (2011), 4020–4028.

- [68] Fröhlich, J. *Large Eddy Simulation turbulenter Strömungen*. Lehrbuch : Maschinenbau. Vieweg+Teubner Verlag, (2007).
- [69] Wilcox, D. C. *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, (2006).
- [70] Menter, F. R. “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications”. In: *AIAA Journal* 32 (1994), 1598–1605.
- [71] Talvy, S., Cockx, A. und Line, A. “Modeling Hydrodynamics of Gas - Liquid Airlift Reactor”. In: *AIChE Journal* 53 (2007), 335–353.
- [72] Le Moullec, Y., Potier, O., Gentric, C. und Leclerc, J. “Flow field and residence time distribution simulation of a cross-flow gas-liquid wastewater treatment reactor using CFD”. In: *Chemical Engineering Science* 63 (2008), 2436–2449.
- [73] Werther, J., Heinrich, S., Dosta, M. und Hartge, E.-U. “The ultimate goal of modeling - Simulation of system and plant performance”. In: *Particuology* 9 (2011), 320–329.
- [74] Dosta, M. “Dynamic Flowsheet Simulation of Solids Processes and its Application to Fluidized Bed Spray Granulation”. PhD-Thesis. Technical University Hamburg-Harburg, (2013), 142.
- [75] Skorych, V., Dosta, M., Hartge, E.-U. und Heinrich, S. “Novel system for dynamic flowsheet simulation of solids processes”. In: *Powder Technology* (2017), 1–15.
- [76] Michaels, A. und Bolger, J. “Settling Rates and Sediment Volumes of Flocculated Kaolin Suspensions”. In: *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals* 1 (1962), 24–33.
- [77] Müller, F. “Wet Classification in the Fines Range $< 10 \mu\text{m}$ ”. In: *Chemical Engineering & Technology* 33 (2010), 1419–1426.
- [78] Flegler, A., Schneider, M., Prieschl, J., Stevens, R., Vinnay, T. und Mandel, K. “Continuous flow synthesis and cleaning of nano layered double hydroxides and the potential of the route to adjust round or platelet nanoparticle morphology”. In: *RSC Advances* 6 (2016), 57236–57244.
- [79] Spelter, L. E., Steiwand, A. und Nirschl, H. “Processing of dispersions containing fine particles or biological products in tubular bowl centrifuges”. In: *Chemical Engineering Science* 65 (2010), 4173–4181.
- [80] Konrath, M., Gorenflo, J., Hübner, N. und Nirschl, H. “Application of magnetic bearing technology in high-speed centrifugation”. In: *Chemical Engineering Science* 147 (2016), 65–73.

-
- [81] Konrath, M., Hackbarth, M. und Nirschl, H. "Process monitoring and control for constant separation conditions in centrifugal classification of fine particles". In: *Advanced Powder Technology* 25 (2014), 991–998.
- [82] Spelter, L. E., Nirschl, H., Stickland, A. D. und Scales, P. J. "Pseudo two-dimensional modeling of sediment build-up in centrifuges: A compartment approach using compressional rheology". In: *AIChE Journal* 59 (2013), 3843–3855.
- [83] Eder, T. "Probleme der Trennschärfe". In: *Aufbereitungstechnik* 2 (1961), 136–148.
- [84] Konrath, M., Brenner, A., Dillner, E. und Nirschl, H. "Centrifugal classification of ultrafine particles: Influence of suspension properties and operating parameters on classification sharpness". In: *Separation and Purification Technology* 156 (2015), 61–70.
- [85] Gleiss, M. und Nirschl, H. "Modeling Separation Processes in Decanter Centrifuges by Considering the Sediment Build-Up". In: *Chemical Engineering & Technology* 38 (2015), 1873–1882.
- [86] Gleiss, M., Hammerich, S., Kespe, M. und Nirschl, H. "Application of the dynamic flow sheet simulation concept to the solid-liquid separation: Separation of stabilized slurries in continuous centrifuges". In: *Chemical Engineering Science* 163 (2017), 167–178.
- [87] Fitch, B. "Kynch theory and compression zones". In: *AIChE Journal* 29 (1983), 940–947.
- [88] Takacs, I., Patry, G. und Nolasco, D. "A Dynamic Model of the Clarification-Thickening Process". In: *Water Research* 25 (1991), 1263–1271.
- [89] Stahl, S., Spelter, L. E. und Nirschl, H. "Investigations on the Separation Efficiency of Tubular Bowl Centrifuges". In: *Chemical Engineering & Technology* 31 (2008), 1577–1583.
- [90] Romani Fernández, X. "Prediction of multiphase flow and separation efficiency of industrial centrifuges by means of numerical simulation". Dissertation. Karlsruhe Institut für Technologie (KIT), (2012).
- [91] Gleiss, M., Hammerich, S., Kespe, M. und Nirschl, H. "Development of a Dynamic Process Model for the Mechanical Fluid Separation in Decanter Centrifuges". In: *Chemical Engineering & Technology* 41 (2018), 19–26.

Vollmantelzentrifugen sind verfahrenstechnische Maschinen und dienen der Separation disperser Systeme aus Flüssigkeiten. Im Zuge der voranschreitenden Digitalisierung arbeitet die Prozessindustrie daran, Prozesse und Prozessketten digital am Rechner in Form eines digitalen Zwillings abzubilden. Dadurch ist es möglich, kritische Zustände bereits im Vorfeld vorherzusagen, aber auch Entwicklungszeiten und Kosten deutlich zu reduzieren. Die Berechnungsmodelle für Vollmantelzentrifugen sind stark vereinfacht, berücksichtigen lediglich stationäre Vorgänge und vernachlässigen das Sedimentationsverhalten, den Sedimentaufbau und Transport sowie die Strömungsbedingungen im Apparat. Für die Entwicklung eines digitalen Abbilds ist jedoch die zeitliche Diskretisierung der trenntechnischen Vorgänge unerlässlich.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist die mathematische Modellierung von Vollmantelzentrifugen zur dynamischen Simulation der trenntechnischen Vorgänge in Echtzeit. Der entwickelte Bilanzraum-Ansatz koppelt das Verweilzeitverhalten mit den trenntechnischen Materialeigenschaften und erlaubt so eine zeit- und orts aufgelöste Simulation sowohl für Dekantier- als auch für Röhrenzentrifugen. Die tiefgreifenden Einblicke in den Trennprozess eröffnen neben einer besseren Auslegung der Apparate auch neue Anwendungsfelder wie die modellbasierte Regelung oder dynamische Fließschema-Simulation.

ISBN 978-3-7315-0849-6



9 783731 508496 >